Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AB в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-6;-1;-3)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;2;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-2;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(4;-7;2)$, $\boldsymbol{b}(-9;5;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;2;9)$, $B(8;3;8)$, $C(6;3;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(0;-7;-8)$, $A_2(-4;-6;-4)$, $A_3(3;-8;-11)$, $A_4(-9;-5;-17)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8;-1;3)$, $B(-9;-5;2)$, $C(-7;2;3)$, $S(0;4;-3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(10;10;-6)$ параллельно плоскости $-8x + 3y - 5z = 2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{5} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;6;0)$, $B(2;9;-1)$, $C(3;11;-2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 3y - z - 5 = 0 \\ -x - 4y + z + 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-11;16;6)$ на плоскость $-x + 4y + 4z = 33$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - y - 3z = -12$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-5)$, $B(-29;-3)$ и $C(-6;-17)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;2;4)$, $\boldsymbol{b}(2;1;3)$, $\boldsymbol{c}(1;0;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-5;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;1;1)$, $\boldsymbol{b}(1;2;3)$, $\boldsymbol{c}(-3;-3;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;0;7)$, $B(1;-3;9)$, $C(-1;2;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(-4;3;-3)$, $A_2(5;3;4)$, $A_3(-5;-4;-1)$, $A_4(-4;6;-4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;-3;3)$, $B(0;0;8)$, $C(-2;-5;1)$, $S(4;-1;7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;-3;-3)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-5}{-1}$ и $\frac{x-4}{-3} = \frac{y+5}{5} = \frac{z-1}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;2;0)$, $B(13;3;-8)$, $C(-6;1;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x - y + 10 = 0 \\ -2x + y - z + 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(21;1;6)$ на плоскость $-4x + 3y - 4z - 18 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+6}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+6}{1}$ и плоскостью $\pi: -2x + 5y + 2z = -11$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;4)$, $B(16;2)$ и $C(26;-20)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-5;0)$, $\boldsymbol{b}(1;4;-3)$, $\boldsymbol{c}(2;4;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;2;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -9\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;6;5)$, $\boldsymbol{b}(-2;-3;-4)$, $\boldsymbol{c}(2;5;10)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;7;3)$, $B(8;8;8)$, $C(6;5;-6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-3;8;-9)$, $B(1;3;-7)$, $D(0;3;-6)$, $E(-9;14;-10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6;-1;-4)$, $B(8;6;-5)$, $C(7;2;-4)$, $S(4;-5;-5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-10;-1;-10)$ параллельно плоскости $x + 2y - z = -3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+8}{-9} = \frac{z-6}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;3;2)$, $B(4;5;-3)$, $C(5;4;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 4y + 2z - 10 = 0 \\ -x - 3y + z - 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(4;-22;-1)$ на плоскость $-x + 7y - 2z - 6 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-4} = \frac{y}{-2} = \frac{z+8}{-3}$ и плоскостью $\pi : x - y - 2z = -1$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-4)$, $B(1;-22)$ и $C(-12;4)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overline{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1}=\boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q}=\overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро BC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-1;-5)$, $\boldsymbol{b}(2;-3;6)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;0;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=4\boldsymbol{m}-5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}|=2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y}=3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3;1;1)$, $\boldsymbol{b}(4;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(5;-6;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;6;0)$, $B(4;1;-1)$, $C(1;13;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=-3\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=2$, $|\boldsymbol{n}|=1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-3;-9;-7)$, $A_2(0;-8;-12)$, $A_4(1;-6;-9)$, $B_1(2;-6;-12)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1;5;-2)$, $B(-2;6;-2)$, $C(2;3;-1)$, $S(4;7;-6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9;2;10)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x-2y+z=7$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;6;7)$, $B(4;10;8)$, $C(12;-1;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x-2y-3z-15=0 \\ -3x+y+z+19=0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-7;-25;-1)$ относительно плоскости $-x-9y-2z=19$.

13. Найти угол между прямой $l:\frac{x+5}{-1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi: 3x+3y-z=3$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;2)$, $B(16;-20)$ и $C(-9;-10)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; 3; -1)$, $\boldsymbol{b}(2; -1; 2)$, $\boldsymbol{c}(-2; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1; 2; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3; -6; 7)$, $\boldsymbol{b}(-1; 2; -2)$, $\boldsymbol{c}(-1; 0; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 2; 9)$, $B(8; 1; 10)$, $C(6; -4; 9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(0; -3; 6)$, $B(1; -3; 11)$, $D(-3; -1; 7)$, $A_1(-2; -2; 7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8; 1; 10)$, $B(7; 8; 12)$, $C(7; 3; 11)$, $S(4; 6; 8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3; 5; -10)$ перпендикулярно плоскостям $-2x + 2y + z - 5 = 0$ и $3x - y - 8 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 6; 9)$, $B(12; 5; 2)$, $C(13; 5; 1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 4y - z + 7 = 0 \\ 2x - 7y + z - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0; -3; -2)$ относительно плоскости $-y - z - 4 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-5} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - z - 5 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; 3)$, $B(2; 24)$ и $C(-25; 27)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;5;0)$, $\boldsymbol{b}(3;5;1)$, $\boldsymbol{c}(1;4;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;0;10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(-1;7;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;3;5)$, $B(4;0;6)$, $C(1;5;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-9;1;9)$, $B(-13;8;-1)$, $C(-10;-2;8)$, $D(-10;6;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;-7;-3)$, $B(-2;-4;-5)$, $C(-2;-3;-4)$, и найти расстояние от точки $S(6;-1;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;1;5)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{5}$ и $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;8;5)$, $B(3;12;12)$, $C(5;3;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - z - 11 = 0 \\ 3x - y - 2z - 12 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(11;-12;15)$ относительно плоскости $-3x + 5y - 6z + 8 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y + 2z + 9 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;0)$, $B(-3;14)$ и $C(15;16)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-2;-2)$, $\boldsymbol{b}(0;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;5;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 7\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-2;-4)$, $\boldsymbol{b}(-11;8;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;0;4)$, $B(-1;8;1)$, $C(-3;9;0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(7;-5;-3)$, $B(9;-7;-10)$, $D(4;-3;4)$, $E(8;-6;-8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;-8;9)$, $B(-4;-9;11)$, $C(-1;-9;10)$, и найти расстояние от точки $S(0;-3;7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;-6;0)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $5x + y - z = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;1;1)$, $B(-7;-7;0)$, $C(1;0;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 2y + 6z + 22 = 0 \\ x + y + z - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(9;-8;0)$ относительно плоскости $-6x + 7y - z = 19$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{2} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 3y - z - 7 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;2)$, $B(-14;-18)$ и $C(0;-6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(6;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(5;0;-1)$, $\boldsymbol{c}(-5;-2;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;-6;6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(4;5;5)$, $\boldsymbol{c}(2;1;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;3;6)$, $B(12;8;14)$, $C(10;5;11)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(0;-4;5)$, $Q(7;-7;-3)$, $R(4;-6;2)$, $S(-3;-3;7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7;2;6)$, $B(-5;8;7)$, $C(-6;1;7)$, и найти расстояние от точки $S(8;-4;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;4;-3)$ перпендикулярно плоскостям $x + 3y = 3$ и $x + 5y + z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;8;3)$, $B(5;9;2)$, $C(16;3;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -6x + 2y - z - 4 = 0 \\ -7x + y \qquad - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-23;2;15)$ относительно плоскости $8x - y - 7z = -6$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - 4y + z - 1 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;3)$, $B(-4;-4)$ и $C(-9;-1)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;1;-4)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;-4)$, $\boldsymbol{c}(1;-3;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;8;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;2)$, $\boldsymbol{b}(-7;-1;-5)$, $\boldsymbol{c}(-5;0;-4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;0;5)$, $B(5;1;5)$, $C(8;2;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(0;-4;0)$, $Q(-1;-6;-7)$, $R(0;-3;-5)$, $S(3;3;-2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;-9;9)$, $B(0;-7;10)$, $C(-1;-8;10)$, и найти расстояние от точки $S(-8;4;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3;-7;-4)$ параллельно плоскости $3x + 2y + z = -8$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;9;7)$, $B(-5;8;3)$, $C(-9;7;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x - 5y + z - 27 = 0 \\ 2x - y + z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;8;-11)$ относительно плоскости $4x + 7y - 9z = -56$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-8}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+7}{2}$ и плоскостью $\pi: -x + y + 3z + 9 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-3)$, $B(-26;-5)$ и $C(7;-11)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-4;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(3;4;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;-7;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(6;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;1)$, $\boldsymbol{c}(-8;5;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;3;6)$, $B(-2;1;2)$, $C(6;4;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-8;4;8)$, $B(-6;9;0)$, $D(-7;12;-2)$, $E(-9;1;13)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4;0;-2)$, $B(6;-3;-3)$, $C(1;8;0)$, $S(2;-5;-8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;-5;2)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{2}$ и перпендикулярно плоскости $-6x - y - z = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;7;1)$, $B(-2;10;-3)$, $C(14;3;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x+y+z-11=0 \\ -3x+2y+6z-21=0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-4;7;1)$ относительно плоскости $-3x + 5y + 2z = -8$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-6} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+7}{2}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = -6$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-4)$, $B(-3;18)$ и $C(5;-6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;0)$, $\boldsymbol{b}(-5;-4;3)$, $\boldsymbol{c}(-4;-3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;1;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-2;-2)$, $\boldsymbol{b}(2;1;-1)$, $\boldsymbol{c}(5;3;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;7;5)$, $B(-1;3;2)$, $C(2;8;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-2;1;2)$, $Q(1;-3;-1)$, $R(-1;5;4)$, $S(0;-2;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7;-6;1)$, $B(12;-3;3)$, $C(14;-2;4)$, $S(-3;-3;6)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;-8;-8)$ параллельно прямым $\frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+4}{0}$ и $\frac{x+5}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z-6}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;2;1)$, $B(1;1;3)$, $C(4;-1;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y - 3z + 14 = 0 \\ x - 2y + 2z - 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-18;-22;20)$ на плоскость $-5x - 6y + 7z = 142$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + 3y - z - 3 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;-5)$, $B(18;-3)$ и $C(20;-21)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-4;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;4;-4)$, $\boldsymbol{c}(0;5;-6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-1;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(9;-15;-14)$, $\boldsymbol{b}(-3;4;6)$, $\boldsymbol{c}(-4;5;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;2;1)$, $B(2;3;2)$, $C(-3;1;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-7;-4;8)$, $B(-2;-3;6)$, $D(-10;-5;9)$, $E(-2;-1;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;-4;-10)$, $B(3;-5;-10)$, $C(0;-7;-11)$, и найти расстояние от точки $S(2;8;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10;-10;-7)$ параллельно прямым $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-3}$ и $\frac{x}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+7}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;8;2)$, $B(8;12;5)$, $C(7;15;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y \qquad + 4 = 0 \\ x + 3y + z + 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1;12;26)$ относительно плоскости $2x - 5y - 9z + 21 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : x + y - z + 9 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;0)$, $B(6;13)$ и $C(-11;24)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;-3)$, $\boldsymbol{b}(2;1;4)$, $\boldsymbol{c}(-1;0;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;4;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-7;5)$, $\boldsymbol{b}(-3;2;3)$, $\boldsymbol{c}(4;-7;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;7;2)$, $B(3;8;1)$, $C(-4;5;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-7;0;0)$, $B(-5;1;-1)$, $D(-7;1;-2)$, $E(0;6;-6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7;1;4)$, $B(2;-1;9)$, $C(10;2;3)$, и найти расстояние от точки $S(3;-5;7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;-10;-3)$ перпендикулярно плоскостям $-3x - 2y + 10z = -3$ и $2x + y - 9z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;6;2)$, $B(0;7;4)$, $C(5;5;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -4x + y - 2z + 3 = 0 \\ -3x + y - z + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(2;14;-22)$ на плоскость $-3x - 4y + 4z = 14$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = -7$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;2)$, $B(-3;-15)$ и $C(15;10)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро DD_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;3;2)$, $\boldsymbol{b}(4;-4;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;-6;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;4;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3;5;-4)$, $\boldsymbol{b}(-2;2;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;3;1)$, $B(3;-2;0)$, $C(4;2;0)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(3;2;-1)$, $B(-2;6;-5)$, $D(0;3;-1)$, $E(-2;5;-4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;0;2)$, $B(2;1;1)$, $C(3;-3;6)$, и найти расстояние от точки $S(5;5;6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;0;-8)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-5}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x - 5y + z = 5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;1;7)$, $B(-1;3;-2)$, $C(9;0;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y - 4z + 14 = 0 \\ 2x + y - 3z + 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-10;-18;-21)$ относительно плоскости $3x + 8y + 7z + 16 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+7}{-3}$ и плоскостью $\pi : -3x - y + 2z + 8 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;1)$, $B(6;14)$ и $C(-7;13)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;0;-2)$, $\boldsymbol{b}(4;1;5)$, $\boldsymbol{c}(3;3;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-4;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;4;5)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;3;1)$, $B(8;-1;0)$, $C(7;-2;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(6;-6;-1)$, $Q(4;-5;-2)$, $R(5;-7;3)$, $S(6;-2;-12)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7;2;-5)$, $B(8;1;-5)$, $C(5;0;-4)$, и найти расстояние от точки $S(-8;2;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8;-5;-4)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z+2}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;8;4)$, $B(0;5;8)$, $C(1;6;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 4y - z + 28 = 0 \\ -2x + 3y + z - 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-17;0;-19)$ относительно плоскости $7x - y + 8z - 14 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-7}{-2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi: -x - y + z = -7$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;1)$, $B(-12;-1)$ и $C(-14;17)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро DD_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2; 3; 2)$, $\boldsymbol{b}(-3; 2; 5)$, $\boldsymbol{c}(-1; 2; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7; 6; 10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1; 3; 1)$, $\boldsymbol{b}(6; 5; -6)$, $\boldsymbol{c}(-4; 1; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 9; 1)$, $B(-1; 11; 0)$, $C(0; 10; 1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(-6; -9; 0)$, $A_2(-16; -6; -4)$, $A_3(1; -9; 1)$, $A_4(-11; -8; -1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; -3; -2)$, $B(-5; 2; 8)$, $C(-4; -1; 1)$, и найти расстояние от точки $S(-7; -6; -3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9; -1; 8)$ перпендикулярно плоскостям $-2x + 7y + 3z - 8 = 0$ и $-x + 5y + z + 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 2; 4)$, $B(-5; 7; 1)$, $C(-1; 4; 3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y + 3z - 12 = 0 \\ -5x - y - 2z + 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1; -17; 0)$ относительно плоскости $x - 9y - 31 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x + y - z = -2$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -4)$, $B(-5; -22)$ и $C(8; 4)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;0;4)$, $\boldsymbol{b}(-1;5;-1)$, $\boldsymbol{c}(2;1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;-6;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 6\boldsymbol{m} + 9\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + 4\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;5;6)$, $\boldsymbol{b}(1;2;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;1;2)$, $B(9;-3;-1)$, $C(4;4;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(5;-3;-5)$, $B(5;-8;-8)$, $D(3;4;0)$, $A_1(4;0;-3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8;-2;10)$, $B(-9;-1;11)$, $C(-2;-1;12)$, $S(-5;5;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;2;5)$ перпендикулярно плоскостям $4x + 3y = 2$ и $-3x - 2y - z = 5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;9;9)$, $B(3;10;6)$, $C(5;7;13)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 5y - 2z - 13 = 0 \\ 2x - 2y + z - 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-19;-4;-6)$ на плоскость $3x + 2y + 3z = -17$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y - 3z + 2 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;-5)$, $B(-2;-23)$ и $C(-13;-13)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;2;-2)$, $\boldsymbol{b}(-3;5;-1)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;0;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} - 7\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;1;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;0;8)$, $B(6;-4;9)$, $C(5;1;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(-2;6;-5)$, $Q(-7;0;-2)$, $R(-6;3;-5)$, $S(5;13;-6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8;-10;-2)$, $B(9;-7;-2)$, $C(7;-14;-1)$, и найти расстояние от точки $S(-8;4;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;-2;-6)$ перпендикулярно плоскостям $-5x + y + z = 4$ и $-9x + y + 2z - 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;8;9)$, $B(7;4;16)$, $C(8;3;18)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - y + z - 13 = 0 \\ -4x - y - z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(14;3;-25)$ на плоскость $3x + 2y - 8z = 17$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+3}{-1} = \frac{y-8}{1} = \frac{z+2}{2}$ и плоскостью $\pi: 3x + y + 4z + 6 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;-1)$, $B(5;0)$ и $C(6;-9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(5;0;4)$, $\boldsymbol{c}(-1;-5;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;-5;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(4;-4;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-2;-7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;0;3)$, $B(5;1;5)$, $C(0;-3;-2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-7;1;0)$, $A_2(-5;4;2)$, $A_4(-10;2;4)$, $B_1(-12;-3;-1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;8;6)$, $B(-6;9;8)$, $C(-7;9;9)$, и найти расстояние от точки $S(6;0;5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;2;-3)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{0}$ и перпендикулярно плоскости $6x - y + z = -3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;9;3)$, $B(1;12;5)$, $C(1;13;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 2z + 10 = 0 \\ -3x - y - z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-1;-5;-20)$ на плоскость $x - y - 4z = 30$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{2} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-7}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 4y - 2z = -3$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;1)$, $B(-14;-29)$ и $C(2;-17)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;1;3)$, $\boldsymbol{b}(3;-2;0)$, $\boldsymbol{c}(-4;3;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;-9;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-11;15;-2)$, $\boldsymbol{b}(5;-5;-4)$, $\boldsymbol{c}(3;-5;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;6;7)$, $B(12;8;2)$, $C(11;9;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(2;-1;-3)$, $Q(-4;-2;-6)$, $R(4;-4;-5)$, $S(5;1;0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;-4;-3)$, $B(12;-6;0)$, $C(8;-5;-2)$, и найти расстояние от точки $S(8;-5;8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-4;-1)$ перпендикулярно плоскостям $2x - y + 5z - 4 = 0$ и $-x + y + z + 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;5;7)$, $B(-2;0;16)$, $C(3;6;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 4y - z + 26 = 0 \\ -x + 3y + 2z - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(8;1;-2)$ относительно плоскости $3x + 2y + z = 3$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - y + 4z - 2 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;3)$, $B(-25;5)$ и $C(8;11)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 1; -3)$, $\boldsymbol{b}(2; -4; 5)$, $\boldsymbol{c}(1; -2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2; -5; 4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-2; -1; 2)$, $\boldsymbol{b}(-1; 0; -7)$, $\boldsymbol{c}(-1; 1; 5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 0; 9)$, $B(8; -9; 8)$, $C(8; -7; 9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(9; -1; 0)$, $B(2; -5; -5)$, $D(2; -5; -4)$, $A_1(11; 0; 1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; 4; 2)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-4; 5; 2)$, $S(-1; 6; -7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; -7; 8)$ параллельно прямым $\frac{x-5}{-1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+6}{3}$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-6}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 2; 9)$, $B(3; -3; 5)$, $C(14; 6; 12)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y + 2z - 2 = 0 \\ -x - y - z - 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(8; 19; -16)$ относительно плоскости $-2x - 7y + 7z + 6 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y+8}{2} = \frac{z-6}{2}$ и плоскостью $\pi : x - 3y - z = 14$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -3)$, $B(-5; -17)$ и $C(-15; -15)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро AD в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; 2; -1)$, $\boldsymbol{b}(5; 6; 3)$, $\boldsymbol{c}(-3; -5; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3; 3; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5; 2; -7)$, $\boldsymbol{b}(-6; 6; 5)$, $\boldsymbol{c}(-1; 1; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 2; 8)$, $B(2; 3; 9)$, $C(13; 0; 7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(0; 7; 7)$, $A_2(-2; 10; 8)$, $A_3(7; 3; 3)$, $A_4(-5; 14; 10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; 9; -6)$, $B(7; 8; -7)$, $C(0; 12; -4)$, $S(-8; 3; -2)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6; -9; -9)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+2}{3}$ и $\frac{x-4}{-3} = \frac{y+8}{2} = \frac{z+8}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 0; 3)$, $B(-5; -7; 1)$, $C(3; 4; 4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x - y - z + 7 = 0 \\ 2x + y \qquad - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-7; 5; -2)$ относительно плоскости $5x - 2y + 9z = -8$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : x + 4y - 4z - 5 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -2)$, $B(18; -5)$ и $C(-9; 4)$. Требуется:

(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-2;0)$, $\boldsymbol{b}(2;4;-1)$, $\boldsymbol{c}(0;1;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-6;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-6;19;7)$, $\boldsymbol{b}(-3;5;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;-7;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;3;0)$, $B(5;4;-3)$, $C(10;6;-8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-6;1;-1)$, $A_2(-5;-3;0)$, $A_4(-7;3;-2)$, $B_1(-9;6;-3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7;-3;-4)$, $B(-6;-2;-5)$, $C(-6;1;-4)$, $S(2;7;-7)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;4;7)$ параллельно прямым $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+3}{1}$ и $\frac{x-6}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;2;1)$, $B(1;7;-3)$, $C(-2;-7;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 2y + 10z - 9 = 0 \\ -x - y - 7z + 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-6;7;3)$ относительно плоскости $3x - 5y - 2z + 2 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : 4x - y + z - 7 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;1)$, $B(-11;-8)$ и $C(4;7)$. Требуется:

(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2; 3; -1)$, $\boldsymbol{b}(-3; -3; 2)$, $\boldsymbol{c}(3; -4; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2; -3; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1; 2; 1)$, $\boldsymbol{b}(1; -1; -1)$, $\boldsymbol{c}(3; -1; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 7; 2)$, $B(2; 8; 2)$, $C(8; 6; 3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-9; -3; 0)$, $Q(-6; 4; -10)$, $R(-12; -10; -8)$, $S(-8; -1; -3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9; -1; -1)$, $B(10; -6; 0)$, $C(8; 7; -1)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 5; -3)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5; -8; 5)$ параллельно плоскости $x - 2y - z - 1 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-6} = \frac{y+6}{7} = \frac{z+8}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 3; 0)$, $B(12; 2; -8)$, $C(1; 4; 7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 9y - 2z + 10 = 0 \\ x + 8y + z - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(9; -22; 3)$ на плоскость $5x - 5y - z = -1$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{1} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z-7}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + 8y + z = -9$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; 2)$, $B(17; -20)$ и $C(2; 10)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AB в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;1;0)$, $\boldsymbol{b}(1;1;2)$, $\boldsymbol{c}(6;-3;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;-3;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 7\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(5;2;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;3;-6)$, $\boldsymbol{c}(1;-3;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;3;8)$, $B(3;7;7)$, $C(7;2;8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(11;0;8)$, $B(2;0;9)$, $C(2;3;8)$, $D(10;5;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7;-1;2)$, $B(-6;0;3)$, $C(-9;-2;2)$, и найти расстояние от точки $S(7;2;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;-4;5)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 4y + z - 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;1;4)$, $B(0;0;1)$, $C(-3;-1;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x - 2y - 3z + 30 = 0 \\ 3x - y - z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;-21;-4)$ относительно плоскости $3x - 8y - z = -1$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{3} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 2y + z = 4$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;-2)$, $B(3;-20)$ и $C(10;10)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;5;-5)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;2)$, $\boldsymbol{c}(1;5;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;8;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 6\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(3;1;1)$, $\boldsymbol{c}(-5;-4;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;3;3)$, $B(7;4;3)$, $C(5;-2;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(5;5;0)$, $A_2(4;3;-1)$, $A_4(0;-2;0)$, $B_1(8;11;2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6;9;10)$, $B(-1;12;9)$, $C(-7;10;10)$, и найти расстояние от точки $S(-4;0;-7)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(7;-8;7)$ параллельно плоскости $-5x - y + 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+6}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;1;4)$, $B(7;5;3)$, $C(3;2;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x + y \quad\quad - 14 = 0 \\ \quad x + y + z + 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;13;12)$ относительно плоскости $3x + 7y + 6z = 34$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + 3y - 3z = 9$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;3)$, $B(-4;-18)$ и $C(23;-21)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-2;-6)$, $\boldsymbol{b}(4;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(4;2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-4;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(4;-4;-3)$, $\boldsymbol{b}(4;-5;4)$, $\boldsymbol{c}(-5;1;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;6;1)$, $B(0;13;-4)$, $C(3;5;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-1;-1;8)$, $B(-4;0;13)$, $D(-2;-4;11)$, $A_1(-4;-1;13)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;-8;-9)$, $B(-4;-10;-10)$, $C(-8;-7;-5)$, и найти расстояние от точки $S(-2;-6;2)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1;-4;10)$ параллельно плоскости $-9x - y - z - 8 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{10} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;0;9)$, $B(-1;4;10)$, $C(-2;5;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -9x + y - z + 18 = 0 \\ -5x + y \quad\quad + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(11;-12;-21)$ относительно плоскости $-3x + 3y + 8z + 32 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x - y - z = -2$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-2)$, $B(-6;12)$ и $C(-28;22)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;1;0)$, $\boldsymbol{b}(-5;-3;-2)$, $\boldsymbol{c}(4;3;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;3;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(0;1;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;5;3)$, $B(10;9;3)$, $C(10;2;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-5;8;1)$, $A_2(-6;15;2)$, $A_4(-6;3;-4)$, $B_1(-7;-1;-8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9;-7;3)$, $B(-8;-4;4)$, $C(-10;-9;5)$, и найти расстояние от точки $S(0;-5;5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;-10;-9)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-4}$ и $\frac{x-4}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+5}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;0;6)$, $B(11;3;1)$, $C(10;2;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x+5y+z+5=0 \\ -x+6y \qquad +6=0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(13;-11;14)$ относительно плоскости $-8x+5y-9z=-30$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+7}{-4}$ и плоскостью $\pi : -x-2y+z=7$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;2)$, $B(-25;6)$ и $C(-5;-6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро BC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; 1; 2)$, $\boldsymbol{b}(5; 6; 1)$, $\boldsymbol{c}(3; 3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7; -5; -5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-10; 6; 1)$, $\boldsymbol{b}(4; -7; -4)$, $\boldsymbol{c}(4; -6; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 4; 5)$, $B(4; 5; 3)$, $C(1; 5; 4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(7; -4; 3)$, $B(8; -2; 5)$, $D(10; 0; 2)$, $A_1(3; -11; 0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; 1; 6)$, $B(6; -2; 1)$, $C(3; 0; 4)$, $S(6; -2; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(6; -10; 3)$ параллельно плоскости $8x + 5y + 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{3} = \frac{y+6}{2} = \frac{z-2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 9; 6)$, $B(10; 8; 5)$, $C(13; 6; 1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 4y - 7z - 14 = 0 \\ x + y - 2z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-25; 33; 22)$ на плоскость $-7x + 8y + 8z + 93 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z-1}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x + 3y - 2z + 7 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 0)$, $B(29; 12)$ и $C(7; -8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;2;1)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-3;-3;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8;-5;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-1;-4)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;-1)$, $\boldsymbol{c}(8;0;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;6;7)$, $B(-2;7;7)$, $C(11;5;8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(6;1;1)$, $B(3;8;6)$, $D(9;-9;-4)$, $A_1(5;4;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2;10;-4)$, $B(-3;11;-4)$, $C(2;11;-3)$, $S(5;6;-8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;7;10)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{0}$ и перпендикулярно плоскости $5x + 2y + z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;3;8)$, $B(6;2;3)$, $C(13;4;15)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y + z - 9 = 0 \\ -3x - 7y + 2z - 21 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(25;30;-22)$ на плоскость $-4x - 9y + 8z - 98 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x - y - 2z + 4 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;3)$, $B(-24;7)$ и $C(-8;15)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;-3;0)$, $\boldsymbol{b}(-4;-5;2)$, $\boldsymbol{c}(-5;-4;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;1;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-4;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;1;3)$, $B(5;0;2)$, $C(3;3;0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(3;-4;-9)$, $A_2(4;-5;-13)$, $A_3(-3;1;-5)$, $A_4(5;-5;-12)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8;-10;-4)$, $B(-7;-11;3)$, $C(-9;-8;-9)$, и найти расстояние от точки $S(4;-6;4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-1;-8)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и перпендикулярно плоскости $x - 4y + 3z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;0;8)$, $B(8;5;17)$, $C(7;3;13)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 3y + z - 8 = 0 \\ x - y + z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-12;10;0)$ на плоскость $-x + 3y + 3z - 4 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y+7}{-3} = \frac{z+2}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y + 3z + 1 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;-2)$, $B(-13;-8)$ и $C(-20;14)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;1;1)$, $\boldsymbol{b}(1;6;-2)$, $\boldsymbol{c}(0;2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-4;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 7\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-3;2)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(4;-3;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;0;2)$, $B(10;2;1)$, $C(8;3;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(0;3;7)$, $B(-7;9;9)$, $D(3;0;6)$, $E(2;-4;3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8;-5;6)$, $B(-3;-14;7)$, $C(-4;-12;7)$, и найти расстояние от точки $S(4;7;1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;3;-5)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+5}{-1}$ и $\frac{x-6}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-6}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;8;6)$, $B(11;17;11)$, $C(0;3;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x-3y+8z+4=0 \\ 3x+4y-9z-2=0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-9;-12;6)$ на плоскость $-2x - y - z = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+5}{4}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y + 2z - 13 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;2)$, $B(12;4)$ и $C(9;18)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;1;-5)$, $\boldsymbol{b}(2;1;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;4;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;-3)$, $\boldsymbol{b}(2;-5;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;5;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;0;9)$, $B(0;1;10)$, $C(7;-1;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-7;-9;-9)$, $B(-10;-14;-15)$, $D(-9;-14;-14)$, $A_1(-9;-12;-13)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;6;-2)$, $B(2;5;-9)$, $C(-1;7;2)$, и найти расстояние от точки $S(-1;-7;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(7;-10;-6)$ параллельно плоскости $3x - y + z = -4$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;0;5)$, $B(3;3;1)$, $C(1;-2;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - z + 13 = 0 \\ -6x + 2y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-9;0;-10)$ на плоскость $3x + y + z + 15 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $\pi : 4x - 3y - z + 1 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;-4)$, $B(-6;-25)$ и $C(-9;2)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overline{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1}=\boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q}=\overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;0)$, $\boldsymbol{b}(-4;-4;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;1;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=4$, $|\boldsymbol{n}|=\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-4;2)$, $\boldsymbol{b}(-3;7;-6)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;6;0)$, $B(2;-3;-1)$, $C(1;-1;0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-4\boldsymbol{m}-4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=2$, $|\boldsymbol{n}|=5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P,Q,R,S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(-3;-4;0)$, $Q(-2;-6;0)$, $R(3;-4;6)$, $S(6;-9;7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7;-4;4)$, $B(8;5;5)$, $C(8;4;6)$, $S(-2;0;-3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;-4;0)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z+7}{-1}$ и $\frac{x+1}{-4}=\frac{y+7}{-2}=\frac{z+4}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;2;8)$, $B(5;-1;6)$, $C(7;4;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x-y-4z+15=0\\ 2x+y-z+7=0\end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1;5;9)$ относительно плоскости $-2x-5y-9z+49=0$.

13. Найти угол между прямой $l:\frac{x+7}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi:-6x+4y+2z=-1$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;2)$, $B(6;19)$ и $C(4;-4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-6;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(3;-4;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;7;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 7\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(5;3;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;8;4)$, $B(2;6;7)$, $C(5;13;-4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(5;9;7)$, $A_2(6;7;9)$, $A_3(3;12;6)$, $A_4(1;12;-1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;6;-6)$, $B(-2;4;-5)$, $C(-2;7;-4)$, $S(-6;5;8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;7;8)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y + 3z = 2$ и $-3x - y - 4z - 8 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;3;8)$, $B(-3;-1;7)$, $C(1;4;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - z + 4 = 0 \\ 3x - y + 2z - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-27;-32;27)$ на плоскость $8x + 8y - 7z + 130 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{3}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z - 15 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;4)$, $B(20;23)$ и $C(10;-2)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-5;5)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;-2)$, $\boldsymbol{c}(5;2;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;6;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;2;2)$, $\boldsymbol{b}(1;3;1)$, $\boldsymbol{c}(-7;0;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;6;9)$, $B(6;4;10)$, $C(6;7;11)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(8;4;6)$, $A_2(5;-3;4)$, $A_3(2;2;2)$, $A_4(3;6;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9;2;-9)$, $B(10;-4;-9)$, $C(8;1;-8)$, $S(-7;-4;-4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4;-5;2)$ параллельно плоскости $x - y - 3z + 1 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{-2} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-5}{7}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;6;9)$, $B(3;7;10)$, $C(0;9;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 4 = 0 \\ 2x - y - z + 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(5;-5;7)$ относительно плоскости $-5x + 6y - 5z + 47 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+8}{-2}$ и плоскостью $\pi : -3x - y + 3z = 3$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-5)$, $B(-11;-6)$ и $C(-2;-3)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;1;3)$, $\boldsymbol{b}(0;3;5)$, $\boldsymbol{c}(2;-3;-6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;2;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2;1;1)$, $\boldsymbol{b}(-5;3;4)$, $\boldsymbol{c}(0;-3;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;9;2)$, $B(2;10;3)$, $C(9;7;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(-2;2;9)$, $Q(5;0;-1)$, $R(5;2;4)$, $S(1;1;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;8;-10)$, $B(-8;7;-12)$, $C(1;9;-9)$, и найти расстояние от точки $S(5;7;4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;8;-5)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-6}{8}$ и $\frac{x+1}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+8}{7}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;0;1)$, $B(10;3;8)$, $C(9;2;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 7y + z - 27 = 0 \\ -x + 2y + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-1;8;-9)$ на плоскость $2x - y + 9z - 81 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{3} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - y - z - 13 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;1)$, $B(21;4)$ и $C(24;-23)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BC в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; 3; -2)$, $\boldsymbol{b}(-3; -2; 1)$, $\boldsymbol{c}(-4; -1; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9; -2; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 9\boldsymbol{m} + 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5; -2; -5)$, $\boldsymbol{b}(1; -7; -7)$, $\boldsymbol{c}(-2; 1; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 9; 3)$, $B(3; 4; 1)$, $C(3; 8; 2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(-4; 9; -4)$, $A_2(-12; 6; -5)$, $A_3(1; 11; -9)$, $A_4(-2; 10; 0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5; 1; 2)$, $B(9; 2; 1)$, $C(6; 3; 1)$, и найти расстояние от точки $S(5; 0; 2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3; 0; 3)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{-1}$ и $\frac{x+7}{-2} = \frac{y+8}{-5} = \frac{z+3}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 8; 4)$, $B(8; 12; 1)$, $C(7; 15; -1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -4x + y \quad\quad - 6 = 0 \\ -x - y + z - 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(16; -12; 36)$ на плоскость $-5x + 2y - 10z = 52$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{3}$ и плоскостью $\pi : x - y + 3z + 8 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -3)$, $B(0; 18)$ и $C(-15; 9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-3;2)$, $\boldsymbol{b}(5;6;-3)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;-5;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;1;4)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;4)$, $\boldsymbol{c}(14;1;-7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;2;2)$, $B(1;0;3)$, $C(1;-7;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-6;-1;2)$, $B(-4;1;1)$, $D(-6;0;-1)$, $A_1(-1;3;1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;7;8)$, $B(-6;0;11)$, $C(-5;1;10)$, и найти расстояние от точки $S(1;-8;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;-1;-4)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{1} = \frac{y-2}{9} = \frac{z-2}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x + 8y = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;8;9)$, $B(7;9;6)$, $C(11;10;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y + z + 7 = 0 \\ -3x - y \quad\quad + 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-8;-4;-2)$ на плоскость $8x - 3y - 3z - 118 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : 5x + y - 5z - 5 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;-3)$, $B(-19;-1)$ и $C(-21;-19)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ1-11Б.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;3)$, $\boldsymbol{b}(2;-5;-6)$, $\boldsymbol{c}(-5;4;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;-7;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-3;2)$, $\boldsymbol{b}(1;1;-1)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;7;2)$, $B(5;1;2)$, $C(3;8;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(-6;-9;-6)$, $Q(-8;-11;-5)$, $R(-3;1;-2)$, $S(-2;0;-3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8;-4;-9)$, $B(-9;3;-11)$, $C(-7;-6;-8)$, и найти расстояние от точки $S(0;3;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-5;3)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{-3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+8}{-6}$ и перпендикулярно плоскости $-x - y - 5z - 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;1;9)$, $B(10;-2;2)$, $C(5;2;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y - z - 14 = 0 \\ -3x + 5y + 4z + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-16;-15;4)$ на плоскость $-3x - 8y - 3z = -8$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+5}{-3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z+2}{-4}$ и плоскостью $\pi: x - y - z = 9$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;-5)$, $B(-5;16)$ и $C(22;19)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.