Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;-5;3)$, $\boldsymbol{b}(4;-3;3)$, $\boldsymbol{c}(-5;4;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;1;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-2;2)$, $\boldsymbol{b}(1;2;-2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-2;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;5;2)$, $B(3;4;1)$, $C(5;8;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(1;3;-5)$, $\boldsymbol{b}(0;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-3;4)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(5;3;6)$, $B(11;-4;4)$, $D(10;-3;4)$, $A_1(0;11;7)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -y - z + 5 = 0$ и $\beta: 6x + 4y - 3z = -6$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8;-2;9)$, $B(9;4;8)$, $C(9;-1;9)$, $S(3;-7;6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-8;2;5)$ параллельно плоскости $2x + 3y + 3z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+8}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;1;5)$, $B(6;-1;4)$, $C(8;0;5)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y \phantom{{}-z} + 15 = 0 \\ 8x - y + z + 26 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(19;2;-25)$ на плоскость $-3x - 2y + 6z + 64 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+7}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+6}{1}$ и плоскостью $\pi: x + y - z - 7 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;3)$, $B(1;24)$ и $C(-2;-3)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AD в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;1;-5)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;2)$, $\boldsymbol{c}(-3;0;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-5;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-3;3)$, $\boldsymbol{b}(8;12;-11)$, $\boldsymbol{c}(-4;-4;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;4;5)$, $B(9;3;-2)$, $C(2;5;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(3;3;8)$, $B(1;2;7)$, $C(8;5;10)$, $D(11;12;7)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(-13;8;-1)$, $Q(-9;7;0)$, $R(-6;6;1)$, $S(-5;2;-7)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x + 5y - 2z = -8$ и $\beta : -2y + z - 14 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4;10;-10)$, $B(6;11;-10)$, $C(-13;9;-9)$, $S(3;0;-8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;3;-8)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z+3}{2}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y - z + 6 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;8;4)$, $B(3;13;-5)$, $C(1;4;11)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ -x - 3y + 2z - 22 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-3;-17;3)$ относительно плоскости $-2x - 9y + z = 33$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z}{-3}$ и плоскостью $\pi : 2x + y - z + 12 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-1)$, $B(-5;-19)$ и $C(-12;11)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overline{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1}=\boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q}=\overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;2;3)$, $\boldsymbol{b}(1;2;5)$, $\boldsymbol{c}(3;1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-10;-7;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-2\boldsymbol{m}-5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}|=1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y}=2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;-1;0)$, $\boldsymbol{b}(1;-4;3)$, $\boldsymbol{c}(-5;7;-4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;0;4)$, $B(0;-2;3)$, $C(3;-1;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=-3\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{m}-4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=3$, $|\boldsymbol{n}|=2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(1;8;4)$, $B(4;6;-1)$, $C(2;8;3)$, $D(-1;9;7)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(0;-1;-7)$, $B(-1;-3;-9)$, $D(-8;-4;-4)$, $E(7;-1;-13)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -6x+y+4z=14$ и $\beta: -y-z+14=0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1;-3;-10)$, $B(4;0;-8)$, $C(2;1;-9)$, $S(-8;7;1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;-8;10)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{-1}=\frac{y-1}{5}=\frac{z-2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x+6y+z-8=0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;5;8)$, $B(1;7;5)$, $C(-1;4;9)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 9x-2y+3z-21=0 \\ 10x-3y+4z-25=0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(5;-3;-7)$ относительно плоскости $-4x+y+7z=27$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x-7}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{5}$ и плоскостью $\pi: -x-y+z+11=0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;0)$, $B(1;21)$ и $C(10;-12)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро DC в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;1;1)$, $\boldsymbol{b}(5;6;5)$, $\boldsymbol{c}(-4;-3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;9;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-8;9;12)$, $\boldsymbol{b}(5;-3;-3)$, $\boldsymbol{c}(4;-5;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;8;5)$, $B(-5;11;6)$, $C(-3;10;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(-2;-8;-1)$, $\boldsymbol{b}(-7;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(6;5;-1)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-8;-9;5)$, $B(-9;-12;7)$, $D(-4;-13;6)$, $A_1(-10;-8;5)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - 2z = 0$ и $\beta : 2x - 2y + 4z = -5$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9;5;-2)$, $B(10;7;1)$, $C(8;4;-3)$, и найти расстояние от точки $S(7;-2;-6)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;-9;10)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y + z = 4$ и $3x - y = 3$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;2;7)$, $B(0;5;5)$, $C(-3;7;4)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + y + z + 9 = 0 \\ -2x + y + 2z - 21 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-4;-6;-2)$ относительно плоскости $-x - 3y - 8z = 1$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - 2z = 11$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;3)$, $B(-2;-15)$ и $C(-25;-13)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;5;5)$, $\boldsymbol{b}(3;-4;4)$, $\boldsymbol{c}(2;-3;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;10;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 9\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-6;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;6;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;3;0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;5;3)$, $B(6;4;4)$, $C(-3;3;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Лежат ли точки $A(5;2;3)$, $B(1;3;4)$, $C(-2;5;6)$, $D(10;-1;-1)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(0;5;-5)$, $B(5;2;-6)$, $D(-1;5;-3)$, $A_1(-9;9;3)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + y + 2z = 8$ и $\beta : 5x - 2z + 3 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4;-9;0)$, $B(5;-8;0)$, $C(-5;-11;1)$, $S(-5;3;5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3;6;-10)$ параллельно плоскости $x + 2y - z = -8$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+1}{2}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;1;3)$, $B(2;-6;0)$, $C(10;5;5)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -6x + 3y - 2z - 2 = 0 \\ 5x - 4y + 3z + 18 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(9;-5;-9)$ относительно плоскости $-3x + y + 4z = -29$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+6}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 4y + 6z + 9 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;3)$, $B(-12;16)$ и $C(3;1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;4;-2)$, $\boldsymbol{b}(4;5;-3)$, $\boldsymbol{c}(-3;-4;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;10;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;1;2)$, $\boldsymbol{b}(1;4;4)$, $\boldsymbol{c}(-4;-12;-13)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;8;7)$, $B(2;9;7)$, $C(6;10;8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(1;8;3)$, $B(2;5;1)$, $C(5;13;12)$, $D(4;12;10)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(9;8;7)$, $B(8;13;5)$, $C(8;16;1)$, $D(11;10;0)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - 5y + 7z = 6$ и $\beta : -x + z + 5 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;-5;6)$, $B(0;-10;4)$, $C(-14;3;9)$, и найти расстояние от точки $S(-4;0;6)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5;4;-8)$ перпендикулярно плоскостям $-x + y = 8$ и $-7x - 2y + z - 1 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;2;2)$, $B(3;-6;12)$, $C(5;9;-7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 5y - 9 = 0 \\ -2x + 6y + z + 14 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-5;-7;21)$ на плоскость $4x + 5y - 4z = 32$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-8}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + z = 6$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;2)$, $B(-1;-16)$ и $C(-12;-6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;1;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;3)$, $\boldsymbol{c}(-3;1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;4;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;6;2)$, $\boldsymbol{b}(3;2;-4)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;5;6)$, $B(3;4;5)$, $C(13;8;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(3;5;2)$, $B(4;5;0)$, $C(4;4;-1)$, $D(2;8;7)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(7;5;-4)$, $B(8;5;-7)$, $D(9;4;-11)$, $A_1(8;10;-8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 4x - y + z = -3$ и $\beta : y + 2z + 14 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7;-4;2)$, $B(5;-9;3)$, $C(6;-11;2)$, $S(-7;-6;-6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;5;0)$ перпендикулярно плоскостям $x - 3y - 2z - 4 = 0$ и $x - 5y - z - 1 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;2;2)$, $B(3;3;1)$, $C(2;3;2)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 6x + 2y - z + 14 = 0 \\ x + y \qquad - 4 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(8;3;-3)$ относительно плоскости $-4x + y - z - 1 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 2z + 12 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-3)$, $B(0;4)$ и $C(5;-7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; -2; 2)$, $\boldsymbol{b}(-5; -2; 0)$, $\boldsymbol{c}(-5; -3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4; 4; -2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-5; -1; 1)$, $\boldsymbol{b}(4; 1; -3)$, $\boldsymbol{c}(6; -4; -7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 9; 5)$, $B(-3; 12; 6)$, $C(-4; 11; 6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(5; 8; 8)$, $B(6; 3; 4)$, $C(4; 14; 13)$, $D(6; 4; 5)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(2; -7; 9)$, $A_2(-3; -9; 18)$, $A_4(0; -8; 10)$, $B_1(7; -5; 6)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x + 5y - 5z = -10$ и $\beta : -y + z + 1 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; 6; -2)$, $B(-3; 8; -1)$, $C(-3; 9; 3)$, $S(-7; -8; 1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5; 0; -4)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{-8}$ и перпендикулярно плоскости $x + 2y - 3z = 2$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 2; 6)$, $B(6; 3; 3)$, $C(5; 3; 1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 9y + 2z + 9 = 0 \\ x - 10y + 3z + 5 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(16; 3; -12)$ относительно плоскости $9x + y - 8z = 24$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-2} = \frac{y-8}{-4} = \frac{z-4}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y + z = 8$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -5)$, $B(18; -15)$ и $C(6; -1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-3;3)$, $\boldsymbol{b}(-3;-4;5)$, $\boldsymbol{c}(4;3;-6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-4;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-2;7;4)$, $\boldsymbol{b}(1;-4;-3)$, $\boldsymbol{c}(-7;4;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;8;9)$, $B(11;9;9)$, $C(7;6;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(5;7;1)$, $B(6;6;3)$, $C(6;5;4)$, $D(7;2;8)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-2;7;4)$, $B(-1;4;2)$, $D(-7;10;10)$, $E(-5;8;7)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + 3y - z = -8$ и $\beta : y + 2z - 13 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;-3;-2)$, $B(1;-2;-3)$, $C(-3;-1;-3)$, и найти расстояние от точки $S(-5;6;-2)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;8;-10)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{1}$ и $\frac{x+6}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;4;7)$, $B(4;1;6)$, $C(1;6;8)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 3y + 7z + 9 = 0 \\ x - y + z + 5 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-29;17;-8)$ на плоскость $-8x + 3y - z = 69$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x - 4y + 3z - 4 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-5)$, $B(-25;-8)$ и $C(-16;7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро BC в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;1)$, $\boldsymbol{b}(-6;-5;-3)$, $\boldsymbol{c}(5;4;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-1;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2;4;9)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;0;0)$, $B(2;1;0)$, $C(11;1;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(-4;1;-3)$, $\boldsymbol{b}(5;-2;-2)$, $\boldsymbol{c}(8;-4;-7)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-7;6;-8)$, $B(-11;5;-5)$, $D(-2;11;-5)$, $A_1(-8;4;-10)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 5y - 2z - 4 = 0$ и $\beta : -x - y + z = -13$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;8;-4)$, $B(2;11;-3)$, $C(0;10;-4)$, и найти расстояние от точки $S(-2;-4;0)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;10;8)$ перпендикулярно плоскостям $3x + y = -1$ и $2x + y - z = 3$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;6;9)$, $B(4;2;16)$, $C(-1;9;4)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 5y \qquad - 29 = 0 \\ x - y + z - 11 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-23;18;28)$ на плоскость $-10x + 5y + 9z = 160$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-2} = \frac{y-8}{5} = \frac{z-7}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 2z + 14 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-1)$, $B(5;-15)$ и $C(5;1)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AD в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;1;0)$, $\boldsymbol{b}(4;1;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;-3;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;0;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;1;3)$, $\boldsymbol{b}(1;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(0;-1;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;0;2)$, $B(13;-2;1)$, $C(-3;1;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(-5;4;9)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-2;3;-1)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(5;0;9)$, $Q(3;-3;8)$, $R(0;3;5)$, $S(8;-2;12)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 3y - 3z = 0$ и $\beta : -x - 2y - z = -14$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0;-6;5)$, $B(-1;-7;6)$, $C(2;-5;11)$, $S(0;-7;8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9;-2;-2)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y - z + 4 = 0$ и $x + y - 2z = -5$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;0;3)$, $B(3;-1;1)$, $C(1;-2;0)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - z + 11 = 0 \\ \quad x - 4y \quad\; - 2 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(37;29;-33)$ на плоскость $-8x - 5y + 8z + 93 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+6}{3}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y - z + 8 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;-5)$, $B(-2;-22)$ и $C(12;-17)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-3;-1)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;2)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;4;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-1;6)$, $\boldsymbol{b}(-9;-2;14)$, $\boldsymbol{c}(4;1;-7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;4;2)$, $B(12;6;5)$, $C(11;5;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(4;-5;1)$, $\boldsymbol{b}(-5;7;-2)$, $\boldsymbol{c}(5;-6;0)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-8;-5;-9)$, $A_2(-15;0;-8)$, $A_4(1;-8;-7)$, $B_1(1;-12;-11)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x + 7y - 5z = -1$ и $\beta : x + y - 6 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2;8;1)$, $B(-8;9;1)$, $C(3;7;2)$, $S(0;4;7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;-2;0)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{2}$ и перпендикулярно плоскости $2x + y + 5z = 8$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;6;6)$, $B(-2;7;7)$, $C(-5;8;9)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 5y - z - 11 = 0 \\ -x - 2y + z - 1 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(18;-7;11)$ относительно плоскости $9x - 7y + 8z - 8 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : 7x + 4y - z = -5$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;3)$, $B(-5;17)$ и $C(-27;27)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;0;4)$, $\boldsymbol{b}(5;5;-3)$, $\boldsymbol{c}(3;3;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-5;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-2;-12)$, $\boldsymbol{b}(-6;-3;-4)$, $\boldsymbol{c}(2;2;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;9;4)$, $B(11;12;5)$, $C(8;8;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(-2;-7;-7)$, $\boldsymbol{b}(-4;9;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;3;3)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-5;2;-7)$, $A_2(-9;1;-5)$, $A_3(-1;-4;-8)$, $A_4(2;5;-11)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -5x + y - z = 15$ и $\beta: 2x + z - 5 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5;-7;-7)$, $B(8;-4;-6)$, $C(-3;-14;-9)$, $S(-3;-7;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-10;-4;8)$ параллельно плоскости $2x - 4y + z = 2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{-1} = \frac{y+6}{-3} = \frac{z-5}{0}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;6;1)$, $B(3;-1;4)$, $C(4;2;3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x - 8y - z + 17 = 0 \\ -2x - 7y - z + 9 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(7;23;-7)$ на плоскость $2x + 5y - 4z = -23$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+2}{2} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+6}{-4}$ и плоскостью $\pi: -x + y + z = -5$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;1)$, $B(-19;-30)$ и $C(6;-7)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-1;5;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;6;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;0;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;4;-6)$, $\boldsymbol{b}(-2;-2;1)$, $\boldsymbol{c}(3;-8;10)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;0;2)$, $B(8;1;2)$, $C(2;1;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Лежат ли точки $A(1;1;0)$, $B(2;-1;3)$, $C(2;3;-1)$, $D(6;8;-2)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(1;0;-4)$, $B(-5;-1;-5)$, $C(8;3;-2)$, $D(5;1;-4)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -2x + 4y + 3z = 3$ и $\beta: x + z + 11 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;2;3)$, $B(5;0;4)$, $C(5;1;5)$, и найти расстояние от точки $S(7;-4;-5)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10;5;7)$ перпендикулярно плоскостям $x - 3y = 8$ и $-x + 2y + z = -2$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;6;4)$, $B(3;5;5)$, $C(-1;0;8)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - z - 8 = 0 \\ -4x + y + 5 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(17;-4;1)$ относительно плоскости $-6x + y - z + 12 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-7}{-5}$ и плоскостью $\pi: -x - y + z = 9$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;4)$, $B(-3;-10)$ и $C(-13;-4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(-4;0;5)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;5;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(0;-15;14)$, $\boldsymbol{b}(-4;6;-5)$, $\boldsymbol{c}(-2;3;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;1;5)$, $B(6;2;5)$, $C(8;-5;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(3;4;5)$, $B(12;9;1)$, $C(-1;1;6)$, $D(-3;-1;6)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(-5;1;8)$, $B(-6;3;9)$, $C(-10;9;15)$, $D(-5;6;12)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 5x + 4y - 2z = -10$ и $\beta : y - z - 6 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4;3;4)$, $B(3;2;5)$, $C(3;10;4)$, $S(-2;0;8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;-2;-3)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+2}{-5}$ и $\frac{x+7}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-4}{1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;9;0)$, $B(-2;12;1)$, $C(-3;13;1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 7x + 5y - 3z - 29 = 0 \\ 4x + 2y - z - 14 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1;-7;1)$ относительно плоскости $y - z + 3 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y + 5z = 9$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-1)$, $B(-19;-6)$ и $C(0;11)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-5;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(-5;-2;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-4;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 5\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;-7;-5)$, $\boldsymbol{b}(-3;6;2)$, $\boldsymbol{c}(1;5;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;7;8)$, $B(5;5;11)$, $C(-2;8;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(-1;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(-10;7;-4)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;1)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(9;-5;9)$, $Q(6;-2;16)$, $R(9;-2;16)$, $S(8;-3;12)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -x + 2y + z = -3$ и $\beta: 3y + 3z - 2 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;-4;7)$, $B(5;-3;9)$, $C(-6;-5;6)$, $S(-8;5;7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-9;-6;10)$ перпендикулярно плоскостям $-4x + y - z - 4 = 0$ и $7x - 2y + 3z = -5$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;0;8)$, $B(10;-7;11)$, $C(9;-5;10)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 4y - 2z - 3 = 0 \\ -x - 3y + z + 13 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-24;1;-22)$ на плоскость $-5x + 2y - 6z - 59 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+1}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi: 6x - 2y + z = -6$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;4)$, $B(-10;14)$ и $C(3;0)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; -2; -3)$, $\boldsymbol{b}(-1; 1; 2)$, $\boldsymbol{c}(5; -3; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6; -4; -9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1; -2; -7)$, $\boldsymbol{b}(-2; 1; -2)$, $\boldsymbol{c}(2; 0; 23)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 8; 8)$, $B(6; 1; 7)$, $C(9; 11; 8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(6; 0; 4)$, $B(-1; 4; 8)$, $C(8; 1; 3)$, $D(4; 7; 5)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(3; 7; 5)$, $B(5; 8; 7)$, $D(4; 9; 0)$, $A_1(3; 6; 11)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 5x + 5y + 5z = 1$ и $\beta : x + z - 8 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; -7; -1)$, $B(-3; -6; -2)$, $C(-10; -8; 1)$, $S(-3; -5; -2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; 9; 9)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{-7} = \frac{y+8}{2} = \frac{z+5}{-1}$ и $\frac{x-1}{6} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+1}{2}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 8; 9)$, $B(0; 1; -1)$, $C(4; 10; 12)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -\ x\ + 2y + z - 6 = 0 \\ \ \ 5x - 3y - z - 4 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(7; 17; 6)$ относительно плоскости $-x - 7y - 2z = -3$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : 4x + y - 2z + 10 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -1)$, $B(-10; -11)$ и $C(-1; 1)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 2; 1)$, $\boldsymbol{b}(-1; 2; -3)$, $\boldsymbol{c}(-2; -1; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6; 9; -9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3; -4; -4)$, $\boldsymbol{b}(0; -11; -3)$, $\boldsymbol{c}(-2; 6; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 6; 7)$, $B(9; 4; 5)$, $C(10; -1; 4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(9; 3; 2)$, $B(14; 5; 3)$, $C(6; 1; 4)$, $D(3; 2; -4)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(4; 0; 8)$, $A_2(1; -1; 6)$, $A_4(8; 3; 11)$, $B_1(-3; 2; 3)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 3x + 6y - 7z = 9$ и $\beta : x + y + 9 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 0; 1)$, $B(-4; 1; 3)$, $C(8; -2; -2)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 1; 1)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6; 10; 7)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 2y - 7z - 6 = 0$ и $-x + y - 3z = 6$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 2; 6)$, $B(2; 4; 7)$, $C(5; -3; 3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y + 3z + 8 = 0 \\ -3x + 2y + 10z + 27 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-15; -2; 16)$ на плоскость $3x + 3y - 5z = -45$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 4y - 3z + 9 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 3)$, $B(9; 26)$ и $C(-2; -1)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;-2;6)$, $\boldsymbol{b}(2;-3;-1)$, $\boldsymbol{c}(2;1;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-1;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;-3;-7)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;8)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;5;7)$, $B(5;4;6)$, $C(2;6;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(-3;-1;-4)$, $\boldsymbol{b}(7;2;9)$, $\boldsymbol{c}(-4;-1;-5)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-9;-6;-2)$, $B(-11;-1;-3)$, $D(-10;-3;0)$, $A_1(-12;1;-2)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: 2x-y-5z = 14$ и $\beta: -2x+y-3 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6;3;-1)$, $B(7;4;-2)$, $C(5;5;1)$, $S(5;-1;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;5;-8)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{0}$ и перпендикулярно плоскости $x+3y-z = -1$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;0;4)$, $B(1;-7;12)$, $C(2;-6;11)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x-y+1=0 \\ 2x+y+z-3=0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-16;23;-18)$ на плоскость $4x-7y+4z+54 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z-3}{2}$ и плоскостью $\pi: 2x-4y+3z = -12$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;3)$, $B(16;8)$ и $C(-1;-3)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро DD_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;0;-5)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;2)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;0;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(-3;2;1)$, $\boldsymbol{c}(4;-6;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;8;5)$, $B(6;12;3)$, $C(4;-1;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(3;9;7)$, $B(4;4;13)$, $C(4;6;11)$, $D(3;8;8)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(9;-9;1)$, $B(9;-4;2)$, $C(7;-16;4)$, $D(8;-16;0)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: 7x - 3y + z = -6$ и $\beta: -x + z - 12 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9;1;7)$, $B(13;2;5)$, $C(12;2;6)$, $S(-5;-4;-7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10;-3;9)$ перпендикулярно плоскостям $-x - y + 2z = -3$ и $2x + y - z + 1 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;9;7)$, $B(6;7;6)$, $C(2;10;7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 5y - z + 24 = 0 \\ -x - 4y + 2z - 21 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3;-2;5)$ относительно плоскости $y + z = 2$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+2}{-2} = \frac{y+5}{2} = \frac{z+6}{4}$ и плоскостью $\pi: x + 2y - z = -2$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;2)$, $B(-8;3)$ и $C(3;6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;5;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(11;2;-9)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;3;8)$, $B(11;4;8)$, $C(-2;2;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(6;3;1)$, $B(7;1;5)$, $C(3;7;-9)$, $D(5;2;0)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(5;-9;-2)$, $A_2(5;-12;-3)$, $A_4(4;-4;1)$, $B_1(8;-10;-5)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: 4x - y + 4z = 13$ и $\beta: -x - 2y - 12 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;8;-3)$, $B(2;10;-1)$, $C(0;7;0)$, и найти расстояние от точки $S(2;-4;-8)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;-1;4)$ перпендикулярно плоскостям $x + 9y + z - 1 = 0$ и $-x - 4y + 6 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;6;2)$, $B(9;8;2)$, $C(7;5;1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -4x + y - 3z - 14 = 0 \\ -x + y - z - 6 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(20;-13;-3)$ относительно плоскости $-7x + 5y + 20 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+4}{7} = \frac{y+5}{4} = \frac{z+2}{1}$ и плоскостью $\pi: -x - y - z = -14$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;-1)$, $B(29;-11)$ и $C(-7;-3)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро BB_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;-4;1)$, $\boldsymbol{b}(2;3;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;0;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-1;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(1;3;1)$, $\boldsymbol{c}(-5;6;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;8;0)$, $B(9;7;-2)$, $C(10;9;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(8;8;0)$, $B(9;7;3)$, $C(12;6;-5)$, $D(12;5;2)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(4;4;-8)$, $B(2;2;-7)$, $D(3;5;-6)$, $E(11;7;-15)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -y + z - 8 = 0$ и $\beta: -x - 4y - 6z = -11$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8;-7;7)$, $B(-7;-6;7)$, $C(-10;-5;8)$, $S(4;5;-5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;5;6)$ перпендикулярно плоскостям $4x - 7y + 7z = 3$ и $x - 3y + 2z = -3$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;4;6)$, $B(-1;5;12)$, $C(8;3;1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x + y \qquad - 30 = 0 \\ -\ x + y + z + 7 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;7;7)$ относительно плоскости $-2x - 9y - 7z + 53 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{-3} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-8}{-4}$ и плоскостью $\pi: -x - y + z = 3$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-3)$, $B(25;-22)$ и $C(-5;-7)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро BC в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; -2; 3)$, $\boldsymbol{b}(1; -3; 0)$, $\boldsymbol{c}(-1; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2; -4; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(4; -1; -1)$, $\boldsymbol{b}(-1; 3; -1)$, $\boldsymbol{c}(1; -2; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 5; 6)$, $B(6; 6; 8)$, $C(7; 8; 11)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(3; 0; 2)$, $\boldsymbol{b}(-2; 3; 3)$, $\boldsymbol{c}(-3; 2; 1)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(9; -6; -7)$, $B(4; -7; -7)$, $D(0; -8; -6)$, $A_1(7; -6; -4)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + y + z = 8$ и $\beta : 5x - y + 14 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4; 2; 6)$, $B(5; 5; 6)$, $C(1; -6; 7)$, $S(7; -2; 6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 6; -9)$ параллельно плоскости $x - 4y = 2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 5; 6)$, $B(-7; 10; 10)$, $C(0; 6; 7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} \quad x + y - z - 3 = 0 \\ -3x - 8y + 4z - 8 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-16; -1; -12)$ на плоскость $3x - y + 2z = -29$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x - 3y - z = 10$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -3)$, $B(-30; -25)$ и $C(3; 1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-4;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;3;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;8;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 5\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;4)$, $\boldsymbol{c}(1;3;-7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;2;4)$, $B(4;4;8)$, $C(1;-1;-3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(0;2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-9;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(-8;-1;5)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-3;-4;6)$, $B(5;-3;7)$, $D(-11;-8;-1)$, $E(-2;-3;8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -y + z + 2 = 0$ и $\beta: -3x - 3y - 4z = 5$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;-9;-1)$, $B(5;-8;-2)$, $C(6;-6;-9)$, и найти расстояние от точки $S(-7;-3;7)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8;-3;4)$ перпендикулярно плоскостям $x + y - z + 1 = 0$ и $-3x + y = 5$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;6;3)$, $B(-5;2;-7)$, $C(4;7;6)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 10x - 7y - 5z - 8 = 0 \\ 3x - 2y - 2z + 2 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;0;8)$ относительно плоскости $x + 2y + 3z - 7 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+7}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ и плоскостью $\pi: 2x + 3y - z - 13 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;2)$, $B(0;-12)$ и $C(6;-2)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(5;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;-4;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-6;5;5)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;6;2)$, $B(9;0;1)$, $C(6;11;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(3;7;4)$, $B(-6;9;1)$, $C(-5;10;0)$, $D(3;6;6)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(2;9;-5)$, $A_2(6;11;-2)$, $A_3(0;8;-5)$, $A_4(-3;8;-7)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2y - z + 1 = 0$ и $\beta : -3x - 2y + z = -9$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6;-10;9)$, $B(-5;-9;9)$, $C(-2;-9;10)$, и найти расстояние от точки $S(5;-5;5)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;7;-4)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{-6} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $x - y = 6$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;6;7)$, $B(5;-4;3)$, $C(0;13;10)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 6x + y - 9 = 0 \\ -x - y + z - 6 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1;-2;-7)$ относительно плоскости $-7x - 4y - 5z = 5$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 6y - z - 7 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;2)$, $B(-20;7)$ и $C(-9;14)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро DC в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-3;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(2;0;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;-4;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3;4;1)$, $\boldsymbol{b}(-2;5;2)$, $\boldsymbol{c}(5;-2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;3;2)$, $B(8;2;3)$, $C(5;-5;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(8;3;2)$, $B(7;2;-1)$, $C(6;2;-3)$, $D(8;2;1)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(5;1;-3)$, $B(0;4;1)$, $D(4;4;1)$, $A_1(10;-1;-6)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -7y - z - 11 = 0$ и $\beta : -x - y + z = 12$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;3;-1)$, $B(-3;4;-1)$, $C(-7;5;0)$, $S(0;7;3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5;1;-8)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{2} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z-2}{1}$ и $\frac{x+3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+4}{0}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;2;7)$, $B(7;0;6)$, $C(7;1;7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 2y - z - 5 = 0 \\ x + y \qquad - 6 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(22;-8;24)$ на плоскость $8x - 7y + 10z - 46 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{4} = \frac{y+5}{2} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 2y - z = -5$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;0)$, $B(17;2)$ и $C(-5;8)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро DD_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; 0; 1)$, $\boldsymbol{b}(-2; 3; 2)$, $\boldsymbol{c}(-3; 5; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6; 5; 7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(10; 11; -3)$, $\boldsymbol{b}(-3; -3; 1)$, $\boldsymbol{c}(-5; -4; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 6; 8)$, $B(8; 3; 3)$, $C(-1; 11; 16)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(4; 8; 4)$, $B(8; 11; 3)$, $C(3; 6; 6)$, $D(11; 12; 5)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(-5; -7; 0)$, $B(-6; -8; 9)$, $C(-4; -5; -1)$, $D(-8; -14; 4)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + y + 2 = 0$ и $\beta : -3x + 6y - 4z = 11$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10; 7; 4)$, $B(11; 1; 6)$, $C(9; 12; 3)$, и найти расстояние от точки $S(5; 1; 6)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4; -3; -8)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+6}{-3}$ и перпендикулярно плоскости $-3x + 2y + 2z = -2$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 7; 4)$, $B(5; 2; 11)$, $C(2; 10; 0)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 9y + 3z - 27 = 0 \\ -x + y - z + 3 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-7; 3; -8)$ относительно плоскости $7x - 4y + 3z = 26$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-6} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+7}{-5}$ и плоскостью $\pi : x - y + z = 11$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -4)$, $B(-9; -14)$ и $C(4; -20)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-5;6;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;-6;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -8\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-5;4)$, $\boldsymbol{b}(1;5;-3)$, $\boldsymbol{c}(-3;4;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;6;9)$, $B(2;-1;8)$, $C(2;7;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Лежат ли точки $A(6;2;8)$, $B(4;5;3)$, $C(9;-5;18)$, $D(7;1;10)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-7;-3;-1)$, $B(-8;-5;-2)$, $D(-10;-4;-5)$, $A_1(1;5;8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - z - 8 = 0$ и $\beta : 4x + 5y + z = 7$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8;0;10)$, $B(-9;2;10)$, $C(-7;1;9)$, $S(-7;-1;-8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;5;-5)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{0}$ и перпендикулярно плоскости $x + 5y + z - 8 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;2;1)$, $B(-5;5;5)$, $C(-3;4;4)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y + 6z - 6 = 0 \\ 2x + y - 5z + 17 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(3;8;-9)$ на плоскость $-x - 2y + 2z + 19 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x - 5y - 2z + 1 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-5)$, $B(-9;8)$ и $C(12;-9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(4;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;-1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;1;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;7;-1)$, $\boldsymbol{c}(-4;-6;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;5;5)$, $B(2;6;14)$, $C(1;6;12)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(0;4;4)$, $B(-3;3;6)$, $C(-4;5;9)$, $D(-5;3;8)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-13;-1;9)$, $A_2(-4;-3;5)$, $A_3(6;-3;4)$, $A_4(-1;-2;7)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -x - 2y - 2z = -7$ и $\beta: -x - y + 1 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5;3;-1)$, $B(-6;0;-10)$, $C(-4;5;7)$, $S(0;7;-8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;0;-10)$ перпендикулярно плоскостям $2x + 2y - z = -3$ и $-x - 5y + z - 3 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;3;2)$, $B(7;4;-3)$, $C(-2;2;8)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 6y + 2z + 22 = 0 \\ -x + y + z + 2 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(8;3;-11)$ на плоскость $4x + 2y - 5z = -87$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{-2}$ и плоскостью $\pi: x - 2y + 2z + 10 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-1)$, $B(-2;10)$ и $C(12;23)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(-3;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(3;1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;3;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(-3;2;-6)$, $\boldsymbol{c}(5;-11;13)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;3;3)$, $B(7;2;5)$, $C(5;1;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m}-4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(-5;-7;2)$, $\boldsymbol{b}(1;3;1)$, $\boldsymbol{c}(2;3;0)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(-9;2;8)$, $A_2(-7;1;13)$, $A_3(-5;-1;1)$, $A_4(-12;4;0)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x + 5z + 6 = 0$ и $\beta : x + 2y - z = -4$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;10;2)$, $B(-12;9;2)$, $C(4;12;1)$, и найти расстояние от точки $S(-4;6;2)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;5;2)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{6}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y - 7z + 4 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;5;9)$, $B(3;0;16)$, $C(2;2;13)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y + z - 10 = 0 \\ x - 2y - z - 12 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-11;0;11)$ относительно плоскости $5x - 3y - 8z = 4$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + 2z = 3$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;4)$, $B(3;-14)$ и $C(26;-12)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;2;-3)$, $\boldsymbol{b}(0;-3;5)$, $\boldsymbol{c}(-2;2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;1;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-3;1)$, $\boldsymbol{b}(1;4;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;1;8)$, $B(8;2;6)$, $C(-3;0;11)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(4;3;0)$, $B(0;3;7)$, $C(4;2;-2)$, $D(9;9;2)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(9;2;8)$, $A_2(6;8;6)$, $A_3(7;7;6)$, $A_4(12;-1;7)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: 2x + y = 0$ и $\beta: -x - y + z = 12$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;7;2)$, $B(3;10;1)$, $C(3;6;2)$, и найти расстояние от точки $S(2;2;-7)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5;-1;2)$ перпендикулярно плоскостям $x - y - 4z = 2$ и $-2x + 3y + 7z = -2$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;2;3)$, $B(4;7;-5)$, $C(-1;-1;8)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 4y + z - 26 = 0 \\ -x + 3y + 25 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(7;17;-25)$ на плоскость $-4x - 5y + 5z = 26$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi: 4x - 4y - z + 7 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;2)$, $B(6;25)$ и $C(15;18)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overline{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1}=\boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q}=\overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;1;-3)$, $\boldsymbol{b}(4;4;-5)$, $\boldsymbol{c}(3;-3;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-1;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-2\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=1$, $|\boldsymbol{n}|=2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{2\pi}{3}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y}=2\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;1;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(0;3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;9;7)$, $B(4;10;6)$, $C(12;8;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-4\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=2$, $|\boldsymbol{n}|=5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(2;1;0)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;1)$, $\boldsymbol{c}(1;3;-2)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P,Q,R,S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(1;-5;1)$, $Q(0;0;-6)$, $R(1;-7;8)$, $S(-1;1;-8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: 7x+y+6z=0$ и $\beta: -y+z-11=0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;-7;-9)$, $B(-5;-8;-8)$, $C(-12;-12;-5)$, и найти расстояние от точки $S(1;7;8)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9;1;-2)$ перпендикулярно плоскостям $-x-10y+z-1=0$ и $-x-9y+1=0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;3;4)$, $B(2;6;6)$, $C(5;-4;-1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x+y+8z-9=0 \\ 3x+y+7z-7=0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(26;-32;-32)$ на плоскость $6x-9y-8z-157=0$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z-4}{1}$ и плоскостью $\pi: x+2y-3z+11=0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;4)$, $B(-9;26)$ и $C(-13;8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(4;-3;3)$, $\boldsymbol{c}(4;-3;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;1;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-3;-2)$, $\boldsymbol{b}(2;5;5)$, $\boldsymbol{c}(-1;-4;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;2;0)$, $B(11;1;2)$, $C(7;1;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(7;6;1)$, $B(11;3;5)$, $C(0;11;-3)$, $D(8;5;4)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0;0;1)$, $A_2(5;-1;4)$, $A_4(-3;-3;-6)$, $B_1(1;2;5)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x + z + 7 = 0$ и $\beta : -x + 3y + z = 6$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10;-1;-9)$, $B(-9;0;-9)$, $C(-8;-6;-8)$, и найти расстояние от точки $S(-1;3;-7)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;2;4)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{2} = \frac{y+7}{-5} = \frac{z+6}{-1}$ и $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;0;2)$, $B(-4;3;3)$, $C(-3;2;3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x + 3y - 2z - 7 = 0 \\ -x - y + z - 2 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;2;-3)$ относительно плоскости $-x - 7y - 7 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x - 3y + z = -3$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-5)$, $B(-4;5)$ и $C(9;-9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;-2;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;-1;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -8\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3;-5;-5)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;-2)$, $\boldsymbol{c}(-4;7;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;4;7)$, $B(7;2;6)$, $C(-2;9;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(0;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-9;-1;7)$, $\boldsymbol{c}(-1;-3;-4)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0;-8;0)$, $A_2(5;-8;1)$, $A_4(-1;-11;1)$, $B_1(5;-10;2)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : y - z - 5 = 0$ и $\beta : -2x + y + 5z = 14$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7;3;-2)$, $B(11;6;3)$, $C(4;1;-4)$, и найти расстояние от точки $S(7;-7;7)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;8;5)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{3}$ и $\frac{x+2}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+4}{2}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;7;7)$, $B(12;5;12)$, $C(5;10;0)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + y + z - 18 = 0 \\ x + 2y + 3z + 4 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(5;0;-1)$ относительно плоскости $-4x + 9y + 3z = 30$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-4}{1}$ и плоскостью $\pi : -7x - 2y + z = 1$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-5)$, $B(2;-12)$ и $C(11;-13)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 2; -1)$, $\boldsymbol{b}(5; 1; 4)$, $\boldsymbol{c}(-3; -3; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0; 5; 3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 9\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3; 4; 4)$, $\boldsymbol{b}(7; -15; -12)$, $\boldsymbol{c}(-2; 5; 6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 7; 3)$, $B(15; 6; 2)$, $C(-2; 8; 3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(8; 0; 1)$, $B(12; 3; -2)$, $C(15; 4; -2)$, $D(7; -1; 3)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0; 5; -9)$, $A_2(-1; -1; -11)$, $A_4(4; 10; -7)$, $B_1(-1; 3; -10)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -4x + 3y + 3z = 0$ и $\beta : -x - y - 7 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7; 6; 0)$, $B(6; 7; 1)$, $C(4; 8; 4)$, и найти расстояние от точки $S(-5; -2; 3)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4; 1; 1)$ параллельно прямым $\frac{x+4}{2} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+7}{-1}$ и $\frac{x+5}{5} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+7}{2}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 4; 7)$, $B(3; 3; 3)$, $C(-2; 5; 10)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x - 8y + 2z + 18 = 0 \\ -2x + 7y - z - 15 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1; 6; -2)$ относительно плоскости $-9x + 8y - z + 14 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 7y - z - 5 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; 0)$, $B(30; -18)$ и $C(-2; -2)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;3;-4)$, $\boldsymbol{b}(2;-5;2)$, $\boldsymbol{c}(-5;1;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;-2;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(1;1;-1)$, $\boldsymbol{c}(2;-3;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;0;3)$, $B(0;3;1)$, $C(-1;5;0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(-3;-2;-2)$, $\boldsymbol{b}(2;1;1)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;-6)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-4;9;0)$, $B(-11;12;-1)$, $D(-4;8;4)$, $A_1(-6;10;0)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x - z + 6 = 0$ и $\beta : 4x + y - 2z = 9$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;-8;1)$, $B(-11;-5;-4)$, $C(0;-9;3)$, и найти расстояние от точки $S(-2;3;0)$ до этой плоскости.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(3;3;-10)$ параллельно плоскости $2x - 4y - z - 1 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{-1} = \frac{y+8}{-3} = \frac{z+5}{1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;5;4)$, $B(11;4;1)$, $C(12;4;-1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - z + 17 = 0 \\ x + 5y + 8 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(7;-4;-42)$ на плоскость $4x + y - 8z = 36$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 2y + z = 4$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;-4)$, $B(0;-15)$ и $C(-14;-12)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AD в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; -2; -1)$, $\boldsymbol{b}(6; -3; -2)$, $\boldsymbol{c}(4; -5; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4; 7; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 8\boldsymbol{m} - 9\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(8; 15; -13)$, $\boldsymbol{b}(-2; -5; 7)$, $\boldsymbol{c}(-1; -5; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 3; 7)$, $B(11; 5; 6)$, $C(9; 2; 7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(1; 0; 3)$, $B(4; 4; 4)$, $C(6; 3; 5)$, $D(-2; 0; 2)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-5; 7; -2)$, $B(3; 9; 5)$, $D(-7; 7; -3)$, $A_1(2; 10; 5)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -4x + 4y - z = -9$ и $\beta : -y + 2z + 8 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5; 2; 7)$, $B(4; 4; 9)$, $C(4; 3; 6)$, и найти расстояние от точки $S(6; 4; 3)$ до этой плоскости.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-8; -2; -2)$ параллельно плоскости $x + y = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-6}{-1} = \frac{y-4}{6} = \frac{z+5}{1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 2; 4)$, $B(8; 1; 3)$, $C(14; -4; -1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - z - 9 = 0 \\ x + 2y + 23 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-7; 15; -15)$ относительно плоскости $-6x + 9y - 7z = 33$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 3y + 3z = -9$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; 4)$, $B(14; 6)$ и $C(16; -12)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $2 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 0; 3)$, $\boldsymbol{b}(-4; 3; -6)$, $\boldsymbol{c}(-2; 2; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4; 1; 5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -8\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-3; -1; -13)$, $\boldsymbol{b}(-3; 2; 2)$, $\boldsymbol{c}(-1; -1; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 0; 7)$, $B(3; 6; 9)$, $C(2; 7; 10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(4; 0; 3)$, $B(-1; -9; 7)$, $C(7; 5; 1)$, $D(2; -2; 4)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(3; -9; 3)$, $A_2(7; -5; 10)$, $A_4(7; -6; 9)$, $B_1(0; -11; -1)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - 4y + 9z = -1$ и $\beta : -x + z - 4 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; 1; 9)$, $B(5; -5; 9)$, $C(3; 2; 10)$, и найти расстояние от точки $S(3; 8; 0)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7; -4; -9)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 2y + z - 3 = 0$ и $-3x - 9y + 2z = -5$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 7; 9)$, $B(6; 12; 6)$, $C(1; 0; 13)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 3y + 2 = 0 \\ x - 10y + z + 7 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-5; -14; 32)$ на плоскость $x - 8y + 10z + 68 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{2} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z-3}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x + y - 2z = -13$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; 3)$, $B(-14; 1)$ и $C(-4; 7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5; 6; -2)$, $\boldsymbol{b}(-4; -5; 1)$, $\boldsymbol{c}(0; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2; 1; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(7; -7; -2)$, $\boldsymbol{b}(-1; 4; 1)$, $\boldsymbol{c}(3; -4; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 3; 4)$, $B(9; 10; 4)$, $C(10; 7; 5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(-5; -6; -1)$, $\boldsymbol{b}(-9; 1; 10)$, $\boldsymbol{c}(-1; 0; 1)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(0; 9; 5)$, $B(4; 6; 11)$, $D(2; 8; 10)$, $E(-3; 11; 0)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : y - z - 5 = 0$ и $\beta : -x - 3y + 6z = 3$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2; -2; -5)$, $B(-1; -3; -6)$, $C(-3; -3; -3)$, и найти расстояние от точки $S(-2; 4; -7)$ до этой плоскости.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(5; 6; -10)$ параллельно плоскости $4x + 3y + z = -5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 2; 7)$, $B(1; 11; 0)$, $C(3; -8; 15)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y + z + 1 = 0 \\ -x + y + 2z + 2 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(9; -4; 24)$ относительно плоскости $-5x - 9z - 4 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x - 3y - 6z + 8 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -1)$, $B(-22; 21)$ и $C(3; 11)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-12Б.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;5)$, $\boldsymbol{c}(1;2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-7;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4;2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-4;-3;-2)$, $\boldsymbol{c}(7;14;11)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;5;0)$, $B(2;4;3)$, $C(-1;8;-8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(3;-2;4)$, $\boldsymbol{b}(-3;4;-8)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;-3)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(-9;5;-1)$, $A_2(-10;0;0)$, $A_3(-10;4;2)$, $A_4(-12;-3;7)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -3x + 2y - 8 = 0$ и $\beta : -2x - 2y + 2z = 14$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;-1;-7)$, $B(-2;0;-6)$, $C(-11;0;-5)$, $S(-2;-3;-1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;9;-8)$ перпендикулярно плоскостям $6x - y - 3z - 6 = 0$ и $-7x + y + 2z = -6$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;1;6)$, $B(8;4;5)$, $C(5;-4;7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y - z - 14 = 0 \\ -x + y - z + 12 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;-6;-2)$ относительно плоскости $-4x - 7y - 9z = -5$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + z = 11$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;-5)$, $B(1;24)$ и $C(7;-9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.