Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро DD_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;0;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;7;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 8\boldsymbol{m} - 9\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(10;-10;-3)$, $\boldsymbol{c}(-3;2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;3;7)$, $B(1;4;4)$, $C(2;6;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(5;0;-2)$, $B(4;-4;-4)$, $D(3;3;4)$, $A_1(4;4;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;2;-8)$, $B(4;3;-8)$, $C(-7;-1;-7)$, $S(3;8;-3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-6;-5;-6)$ параллельно плоскости $-x + y + z - 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{4} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;7;6)$, $B(13;1;7)$, $C(9;6;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y + z - 2 = 0 \\ -x - 6y + 24 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-29;3;-12)$ на плоскость $-7x - y - z = 59$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 3y + z = 7$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;4)$, $B(16;-6)$ и $C(2;-8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-5;-6)$, $\boldsymbol{b}(2;0;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;-3;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-7;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;1;-3)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;3)$, $\boldsymbol{c}(-2;7;-9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;9;5)$, $B(3;8;4)$, $C(-5;11;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(3;5;-1)$, $A_2(0;1;3)$, $A_4(5;8;-4)$, $B_1(6;9;-3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9;-4;1)$, $B(-8;-2;-2)$, $C(-8;-1;0)$, и найти расстояние от точки $S(-6;-7;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4;-6;-7)$ параллельно плоскости $2x + 2y - z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{-3} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;3;8)$, $B(1;4;12)$, $C(0;4;13)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 3y \quad\;\; - 9 = 0 \\ -x - 4y + z + 12 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(19;23;-22)$ на плоскость $9x + 6y - 5z = -7$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-2} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z+4}{2}$ и плоскостью $\pi : x + y - z - 2 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;3)$, $B(6;2)$ и $C(-3;1)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DC в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 1; 2)$, $\boldsymbol{b}(-3; -6; -2)$, $\boldsymbol{c}(-2; -3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9; 10; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5; 1; -2)$, $\boldsymbol{b}(11; 3; -3)$, $\boldsymbol{c}(-5; -1; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 4; 9)$, $B(7; 8; 10)$, $C(-2; 1; 10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(-6; -1; -5)$, $Q(-2; -3; 0)$, $R(-4; -2; 2)$, $S(-3; -3; -1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10; 6; -4)$, $B(-9; 7; -4)$, $C(-12; 1; -3)$, $S(-3; -6; -4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2; -6; -4)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-6}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x + y + z - 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 4; 9)$, $B(8; 5; 10)$, $C(11; 9; 15)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y + 3z - 4 = 0 \\ 2x + y - 5z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(24; 22; 21)$ на плоскость $5x + 6y + 5z = 13$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-7}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x - 2y - 3z - 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; 2)$, $B(18; -20)$ и $C(3; 10)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;2;3)$, $\boldsymbol{b}(4;1;2)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;4;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;5;3)$, $\boldsymbol{b}(3;5;4)$, $\boldsymbol{c}(-10;-19;-12)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;2;3)$, $B(7;9;2)$, $C(7;5;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(-9;-7;-1)$, $Q(-9;-9;-4)$, $R(-12;-6;5)$, $S(-13;-7;6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;5;2)$, $B(6;1;11)$, $C(4;4;4)$, $S(8;-8;2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3;3;-6)$ параллельно плоскости $x + 2y + 2z + 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-5}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;5;4)$, $B(1;9;10)$, $C(7;4;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 4y - 2z - 13 = 0 \\ 2x + 3y - z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-21;-3;-7)$ относительно плоскости $-7x - 2y - 3z - 19 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x - 6y - z = -9$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;4)$, $B(-19;3)$ и $C(3;10)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-5;2)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(2;3;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;8;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -6\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-3;-2)$, $\boldsymbol{b}(-1;4;2)$, $\boldsymbol{c}(-3;-5;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;9;5)$, $B(11;15;8)$, $C(8;8;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(8;6;-8)$, $A_2(11;5;-1)$, $A_3(10;5;-7)$, $A_4(1;9;1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8;-5;-5)$, $B(-9;-4;-6)$, $C(-5;-3;-6)$, $S(6;0;1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;-4;-2)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-7} = \frac{z+7}{0}$ и $\frac{x+6}{1} = \frac{y+7}{-6} = \frac{z+5}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;2;9)$, $B(3;1;13)$, $C(7;0;18)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 7y + z - 3 = 0 \\ -2x + 4y - z - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-24;13;-1)$ относительно плоскости $9x - 7y - 18 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-3} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+2}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + 3z + 13 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;-5)$, $B(25;-23)$ и $C(-7;-7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(4;-5;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-9;10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-5;-7)$, $\boldsymbol{b}(-5;-6;-11)$, $\boldsymbol{c}(1;3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;4;8)$, $B(5;14;8)$, $C(5;11;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-4;5;-6)$, $A_2(-2;4;-7)$, $A_4(3;-1;-3)$, $B_1(-13;9;-1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7;-7;-3)$, $B(8;-5;-2)$, $C(6;-4;-3)$, и найти расстояние от точки $S(3;7;0)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(3;-5;0)$ параллельно плоскости $4x - 3y + 2z = 8$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;0;1)$, $B(2;-6;-4)$, $C(0;7;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y - z + 18 = 0 \\ -x + 3y + z - 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-4;1;-5)$ относительно плоскости $-3x + 6y - z = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + 4y + z - 1 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;-1)$, $B(24;1)$ и $C(-13;15)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(5;-2;0)$, $\boldsymbol{c}(3;-5;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-2;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(7;-3;1)$, $\boldsymbol{b}(13;-12;-4)$, $\boldsymbol{c}(-4;2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;1;3)$, $B(-3;0;3)$, $C(-1;2;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-4;8;3)$, $B(-1;11;5)$, $D(-1;7;5)$, $A_1(-9;16;0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;-1;-9)$, $B(-4;-3;-10)$, $C(-3;-4;-9)$, и найти расстояние от точки $S(6;8;-3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;-5;-3)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 5y - 2 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;5;0)$, $B(9;4;-1)$, $C(0;9;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 7y - z - 19 = 0 \\ x + 3y \qquad - 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-5;20;23)$ относительно плоскости $-x + 8y + 9z = 7$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-1} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + z = -2$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;0)$, $B(-28;17)$ и $C(15;12)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро DD_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; -1; -2)$, $\boldsymbol{b}(-1; -4; -1)$, $\boldsymbol{c}(1; -2; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7; 10; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(8; 9; -3)$, $\boldsymbol{b}(3; 3; -2)$, $\boldsymbol{c}(-2; -2; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 7; 1)$, $B(3; 4; 2)$, $C(2; 8; 2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-9; 8; -5)$, $B(-12; 14; -6)$, $D(-12; 7; -7)$, $E(-11; 9; -6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5; -7; 2)$, $B(8; -4; -2)$, $C(6; -8; 1)$, и найти расстояние от точки $S(6; -6; -4)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3; 5; 9)$ параллельно плоскости $-3x + y = 5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{8} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 5; 0)$, $B(16; 8; -5)$, $C(5; 4; 2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + z + 4 = 0 \\ 2x - 4y + 3z - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(6; -4; -19)$ на плоскость $-4x - 2y + 7z + 11 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z = 11$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; 2)$, $B(-6; -26)$ и $C(-14; -10)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-5;-2)$, $\boldsymbol{b}(2;-4;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;5;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;8;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1;4;-4)$, $\boldsymbol{b}(-1;-4;5)$, $\boldsymbol{c}(-2;-10;9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;9;4)$, $B(10;8;-4)$, $C(8;11;11)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(1;3;0)$, $Q(2;9;-1)$, $R(2;-7;1)$, $S(-4;0;2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1;10;3)$, $B(0;11;5)$, $C(5;11;6)$, и найти расстояние от точки $S(8;-6;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5;-3;-2)$ параллельно плоскости $x + 4y + z + 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-1}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;3;6)$, $B(6;6;7)$, $C(5;5;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 4y - 7z + 20 = 0 \\ x - y - 4z + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-14;1;7)$ относительно плоскости $-8x - y + 3z = 21$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x - y + 3z - 15 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;-3)$, $B(-13;-10)$ и $C(8;-7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;3;2)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;0)$, $\boldsymbol{c}(5;-4;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;-1;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 6\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;-3)$, $\boldsymbol{c}(9;0;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;4;5)$, $B(6;0;5)$, $C(6;1;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(4;-3;0)$, $Q(6;0;-7)$, $R(7;1;5)$, $S(3;-4;-6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9;-3;-8)$, $B(-7;-7;-9)$, $C(-8;-2;-8)$, $S(-7;-7;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;0;1)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 2y - z = 0$ и $-x + y + 4z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;6;9)$, $B(10;5;9)$, $C(13;3;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x + y - z - 17 = 0 \\ -2x + y + 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-17;10;-5)$ относительно плоскости $-9x + 8y - z = 19$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{2} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + 2z = -4$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;-2)$, $B(-16;7)$ и $C(-15;-6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро CC_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; -5; 5)$, $\boldsymbol{b}(2; -3; 2)$, $\boldsymbol{c}(-2; 3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; -8; 4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(6; 2; -1)$, $\boldsymbol{b}(4; 0; -7)$, $\boldsymbol{c}(-5; -2; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 3; 9)$, $B(4; 5; 6)$, $C(2; 4; 10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0; 0; -8)$, $A_2(-6; -6; -7)$, $A_4(4; 5; -11)$, $B_1(-1; -2; -5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4; -1; -6)$, $B(8; 0; -5)$, $C(9; -2; -6)$, $S(-3; -5; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; -4; -2)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $x + 2y + 3z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 3; 1)$, $B(12; 1; -4)$, $C(8; 2; -2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 5y + z + 9 = 0 \\ -2x + 9y - z - 24 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-24; 5; -18)$ относительно плоскости $-9x + 2y - 7z - 17 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-5} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y - z = 7$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -2)$, $B(-3; -9)$ и $C(-8; -6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;5;-3)$, $\boldsymbol{b}(0;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(-3;-1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;9;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;-4;4)$, $\boldsymbol{b}(1;-8;5)$, $\boldsymbol{c}(-3;5;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;5;0)$, $B(7;8;1)$, $C(7;13;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(2;-5;2)$, $B(5;-4;3)$, $D(10;-9;-3)$, $E(-6;-3;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;6;7)$, $B(2;9;3)$, $C(-1;1;14)$, и найти расстояние от точки $S(5;4;-1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;3;0)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-6}{7}$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{5}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;8;0)$, $B(4;11;-2)$, $C(6;4;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 3y + z - 7 = 0 \\ 9x - 10y + 3z - 25 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-4;-15;0)$ относительно плоскости $-5y + z - 10 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : 5x - y + 4z = -8$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;3)$, $B(7;-7)$ и $C(26;-9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 3; 0)$, $\boldsymbol{b}(-3; 5; 2)$, $\boldsymbol{c}(1; 5; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6; 2; 7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(6; 3; -8)$, $\boldsymbol{b}(-6; -5; 4)$, $\boldsymbol{c}(-2; -2; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 1; 8)$, $B(-1; 3; 13)$, $C(-3; 4; 16)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(4; -7; -5)$, $B(8; -16; -1)$, $D(5; -6; -10)$, $E(5; -4; -14)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; 2; -1)$, $B(3; -2; 0)$, $C(4; 1; 1)$, $S(2; 8; 1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4; -9; 9)$ параллельно плоскости $-9x + 2y - z - 9 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-6}{-7} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-4}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 2; 3)$, $B(5; -3; 10)$, $C(4; 0; 6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y - z - 5 = 0 \\ 2x + 2y - z + 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-5; 0; -1)$ относительно плоскости $-9x - 4y - 7z + 21 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-2} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-8}{3}$ и плоскостью $\pi : x - y + 2z - 6 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 2)$, $B(-16; 0)$ и $C(-9; -6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;1;2)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;0)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;3;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 9\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1;6;-26)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;4)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;4;9)$, $B(10;8;10)$, $C(12;7;10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(4;2;-1)$, $A_2(7;0;1)$, $A_3(0;10;-3)$, $A_4(5;7;0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;-3;3)$, $B(2;1;2)$, $C(1;-6;3)$, и найти расстояние от точки $S(-3;-3;7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;-4;-4)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y - 7z - 1 = 0$ и $3x + 2y - 9z = 2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;6;4)$, $B(-1;7;9)$, $C(-2;7;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x - 3y - 2z + 26 = 0 \\ -4x - y - z + 30 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;-5;-1)$ относительно плоскости $9x - 9y + 4z = -30$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-5} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{4}$ и плоскостью $\pi : x - y - z - 7 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;4)$, $B(2;18)$ и $C(8;-4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;-3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;-5;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;1;1)$, $\boldsymbol{b}(-3;-3;-4)$, $\boldsymbol{c}(-1;-3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;5;9)$, $B(7;6;4)$, $C(7;7;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(3;7;3)$, $A_2(0;4;-2)$, $A_4(6;6;8)$, $B_1(5;13;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6;-9;8)$, $B(2;-8;9)$, $C(5;-11;7)$, и найти расстояние от точки $S(-5;0;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4;-1;10)$ параллельно плоскости $x + y + 2z + 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;2;7)$, $B(10;-1;12)$, $C(7;4;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y + 9 = 0 \\ 3x + 3y + z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;-6;5)$ относительно плоскости $5x + 8y - z = -8$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{2} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-6}{2}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y + 2z + 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-4)$, $B(-9;26)$ и $C(7;14)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро BB_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; 4; -3)$, $\boldsymbol{b}(-3; -2; 3)$, $\boldsymbol{c}(4; 3; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7; -1; 8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(5; 4; 1)$, $\boldsymbol{b}(-7; -1; -2)$, $\boldsymbol{c}(11; 1; -4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 7; 1)$, $B(1; 11; 6)$, $C(-2; 6; 0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(9; 6; 0)$, $A_2(2; 11; 2)$, $A_4(12; 3; -1)$, $B_1(11; 4; -1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10; 2; -2)$, $B(-8; 7; 1)$, $C(-7; 11; 3)$, и найти расстояние от точки $S(-6; 8; -4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6; -2; 1)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+6}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y - z = -3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 2; 4)$, $B(14; 4; 3)$, $C(6; 1; 5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 6y - 19 = 0 \\ 2x - 7y + z - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3; 0; -3)$ относительно плоскости $5x - 6y - z + 13 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 4z = -10$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; 3)$, $B(0; -18)$ и $C(15; -15)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;3;2)$, $\boldsymbol{b}(-3;-4;-5)$, $\boldsymbol{c}(4;5;6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;2;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 7\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(0;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(4;1;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;7;0)$, $B(2;14;4)$, $C(-1;4;-1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(9;-2;7)$, $A_2(11;1;-1)$, $A_3(8;-3;14)$, $A_4(8;-3;11)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;-1;9)$, $B(2;-5;9)$, $C(2;-10;10)$, и найти расстояние от точки $S(2;-3;4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;5;0)$ перпендикулярно плоскостям $x - 5y + z = 2$ и $-x - 3y = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;0;6)$, $B(6;-1;9)$, $C(9;-2;14)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 5y + z + 7 = 0 \\ -x + 8y \qquad - 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(21;9;1)$ относительно плоскости $-7x - 5y - 2z = 1$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $\pi : 5x - 4y + 2z = 13$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;2)$, $B(2;-12)$ и $C(4;6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;2;3)$, $\boldsymbol{b}(5;-4;-4)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;-6;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;-4;2)$, $\boldsymbol{b}(1;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(-6;7;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;3;5)$, $B(11;5;4)$, $C(10;4;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(5;4;-3)$, $A_2(7;3;-1)$, $A_4(4;6;-6)$, $B_1(6;-4;6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1;7;-2)$, $B(3;8;-9)$, $C(2;8;-6)$, $S(-5;6;-8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8;-2;2)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y + 9z = -6$ и $x + y + 5z - 8 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;0;7)$, $B(6;3;8)$, $C(11;-5;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y + 2z + 7 = 0 \\ -x + y - 3z - 19 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-22;-1;-6)$ относительно плоскости $9x - y + 4z = 24$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + 2z = -13$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-1)$, $B(-15;-2)$ и $C(-13;-25)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; -5; -1)$, $\boldsymbol{b}(-1; -6; -2)$, $\boldsymbol{c}(4; -5; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8; 7; 5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(4; 3; 11)$, $\boldsymbol{b}(7; 2; 5)$, $\boldsymbol{c}(-6; -3; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 5; 6)$, $B(0; 6; 6)$, $C(5; 4; 7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m}-4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-8; 0; 7)$, $A_2(-6; 3; 6)$, $A_4(-7; 2; 7)$, $B_1(-5; -10; -3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; -3; -10)$, $B(-2; -1; -11)$, $C(-9; -4; -9)$, и найти расстояние от точки $S(-5; 3; -4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9; 4; -5)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y + 3z = -5$ и $2x + y + 2z = -5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 9; 3)$, $B(-1; 7; 3)$, $C(2; 12; 4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - 5y - 3z + 21 = 0 \\ -3x + 2y + 2z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(8; -4; 13)$ на плоскость $-6x + y - 4z = 55$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{3} = \frac{y+4}{1} = \frac{z}{3}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y - 2z + 1 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -3)$, $B(18; -9)$ и $C(13; 5)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро CC_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;4;-1)$, $\boldsymbol{b}(2;-5;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;-3;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;-7;9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 5\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-9;-10;7)$, $\boldsymbol{b}(-7;-5;3)$, $\boldsymbol{c}(6;4;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;6;3)$, $B(3;14;4)$, $C(3;13;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-6;2;-4)$, $A_2(-7;4;-3)$, $A_4(0;5;-2)$, $B_1(-4;1;-4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;-7;5)$, $B(3;-4;13)$, $C(-4;-8;2)$, и найти расстояние от точки $S(2;5;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-9;2;-2)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{1} = \frac{y+6}{3} = \frac{z+1}{-1}$ и $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-6}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;9;1)$, $B(3;7;9)$, $C(11;10;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 7x + y - 16 = 0 \\ -2x + y + z - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;-16;1)$ относительно плоскости $5y - z = -16$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-4} = \frac{y-8}{-6} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z = -1$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;1)$, $B(24;3)$ и $C(-9;9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;1;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;3)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;-3;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;-5;3)$, $\boldsymbol{b}(1;-3;-4)$, $\boldsymbol{c}(-3;1;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;6;8)$, $B(8;7;9)$, $C(9;5;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(2;1;3)$, $A_2(-3;5;2)$, $A_3(-10;-4;4)$, $A_4(3;0;3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;0;7)$, $B(5;1;6)$, $C(-8;-1;9)$, и найти расстояние от точки $S(-5;1;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8;6;-7)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{-3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+4}{3}$ и перпендикулярно плоскости $-4x - 3y + 5z - 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;7;1)$, $B(-1;11;2)$, $C(5;6;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 9x + 2y - z + 12 = 0 \\ 5x + y \phantom{{}-z} + 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(3;-18;12)$ на плоскость $-2x - 5y + 2z = 42$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 3y + z = -2$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;-3)$, $B(-5;-4)$ и $C(6;1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AB в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;1;2)$, $\boldsymbol{b}(1;-4;3)$, $\boldsymbol{c}(2;2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;6;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-7;2;5)$, $\boldsymbol{b}(-8;13;-6)$, $\boldsymbol{c}(1;-5;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;5;8)$, $B(-2;2;16)$, $C(0;3;13)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(2;-1;-9)$, $B(-1;-9;-12)$, $D(0;-2;-10)$, $A_1(5;2;-7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;-6;1)$, $B(1;-8;0)$, $C(4;-3;4)$, $S(-4;0;6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3;0;8)$ параллельно плоскости $x + 5y - 2z = 4$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;8;0)$, $B(9;9;-1)$, $C(8;9;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y - 13 = 0 \\ 2x + 3y - z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;-4;4)$ относительно плоскости $x + 2y - 3z = 17$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+8}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi: 4x + 5y + 2z = -14$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;4)$, $B(-6;25)$ и $C(3;-2)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overline{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1}=\boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q}=\overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BC в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;0;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;-5)$, $\boldsymbol{c}(2;1;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;3;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{m}+7\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}|=1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x}=2\boldsymbol{a}+10\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-7;-7)$, $\boldsymbol{b}(-2;-3;-5)$, $\boldsymbol{c}(0;1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;5;3)$, $B(12;6;5)$, $C(17;8;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=3$, $|\boldsymbol{n}|=5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A,B,C,D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(-7;-8;2)$, $B(-11;-8;3)$, $C(-12;-6;3)$, $D(-2;-3;-1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;-4;7)$, $B(-4;-1;12)$, $C(-4;-2;9)$, и найти расстояние от точки $S(-8;-1;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;5;2)$ параллельно прямым $\frac{x+5}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z-6}{7}$ и $\frac{x+7}{1}=\frac{y+6}{3}=\frac{z+5}{8}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;6;7)$, $B(1;-4;11)$, $C(2;-1;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x+3y-2z+15=0 \\ 3x+2y-z-9=0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-8;14;-11)$ относительно плоскости $-6x+9y-5z-16=0$.

13. Найти угол между прямой $l:\frac{x-2}{5}=\frac{y-6}{-1}=\frac{z+1}{-2}$ и плоскостью $\pi:-x+y+z+13=0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-4)$, $B(-15;-2)$ и $C(-28;-16)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-3;-2)$, $\boldsymbol{b}(-5;-1;-4)$, $\boldsymbol{c}(1;-3;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;1;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;-4;-6)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;-3)$, $\boldsymbol{c}(0;7;10)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;1;2)$, $B(-2;0;5)$, $C(-6;-1;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(6;7;-2)$, $B(9;2;-5)$, $C(12;3;1)$, $D(8;6;-1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;3;6)$, $B(2;4;4)$, $C(-1;4;5)$, и найти расстояние от точки $S(2;2;0)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2;4;7)$ параллельно плоскости $5x + y = 9$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-3} = \frac{y+6}{1} = \frac{z}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;3;0)$, $B(3;5;8)$, $C(-2;2;-5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 5y + z - 28 = 0 \\ -\ x - 6y \qquad + 27 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-7;4;12)$ на плоскость $2x - 6y - z - 32 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + y - 4z - 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;-3)$, $B(-26;-7)$ и $C(-6;5)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро DD_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;4;-1)$, $\boldsymbol{b}(-5;-1;-4)$, $\boldsymbol{c}(-4;1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;-9;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-5;-3)$, $\boldsymbol{b}(3;2;3)$, $\boldsymbol{c}(13;7;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;4;0)$, $B(2;6;5)$, $C(2;5;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(5;-3;-8)$, $A_2(0;-7;2)$, $A_3(-3;-9;1)$, $A_4(1;-6;4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;-1;-5)$, $B(-5;-2;-4)$, $C(-4;-2;-7)$, $S(-7;5;-2)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;3;4)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 4y = 7$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;3;7)$, $B(-1;4;9)$, $C(-5;7;16)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 8y - 6 = 0 \\ -x - 9y + z + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(2;-14;-14)$ на плоскость $2x - 9y - 4z + 16 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{4} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-4}{3}$ и плоскостью $\pi: -x + y + z = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;-4)$, $B(18;30)$ и $C(12;-12)$. Требуется:

(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-3;0)$, $\boldsymbol{b}(5;-6;1)$, $\boldsymbol{c}(2;1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-4;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(5;-5;-7)$, $\boldsymbol{b}(-3;4;6)$, $\boldsymbol{c}(11;-9;-7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;9;2)$, $B(1;16;3)$, $C(6;5;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(8;-4;4)$, $A_2(15;-2;6)$, $A_3(11;-3;5)$, $A_4(9;-3;11)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8;-3;2)$, $B(-7;-1;11)$, $C(-9;-4;1)$, и найти расстояние от точки $S(2;7;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;-4;0)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 2y + 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;1;8)$, $B(-3;-4;5)$, $C(10;4;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z - 1 = 0 \\ -2x - y + 5z + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(18;1;-12)$ относительно плоскости $-7x + 3z = -17$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + 2z = 12$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;2)$, $B(-9;-3)$ и $C(-15;10)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;3;3)$, $\boldsymbol{b}(2;1;0)$, $\boldsymbol{c}(5;5;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;-2;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(4;5;1)$, $\boldsymbol{b}(5;5;1)$, $\boldsymbol{c}(-5;-6;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;9;0)$, $B(11;1;-1)$, $C(8;14;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(5;-5;-7)$, $A_2(8;-8;-9)$, $A_4(7;-7;-8)$, $B_1(9;-15;-10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5;2;2)$, $B(8;-2;11)$, $C(3;5;-5)$, $S(-8;-7;-8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(3;5;4)$ параллельно плоскости $2x - 5y + 9z = -2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{-1} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+4}{-4}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;6;2)$, $B(2;5;5)$, $C(11;9;-8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y \quad\quad - 21 = 0 \\ -x + 2y + z - 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-21;6;16)$ на плоскость $5x - 2y - 5z = 19$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - y + 8z = -3$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;1)$, $B(4;8)$ и $C(-5;9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;3)$, $\boldsymbol{c}(-2;3;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;-4;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-1;5)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;3)$, $\boldsymbol{c}(13;-5;-12)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;9;5)$, $B(7;5;4)$, $C(10;18;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(4;5;8)$, $B(1;6;8)$, $D(10;6;12)$, $A_1(-6;2;-1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2;-4;-9)$, $B(0;-3;-7)$, $C(1;-2;-10)$, $S(5;3;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;-9;0)$ перпендикулярно плоскостям $x - 2y - z = 0$ и $-x + 3y + 2z = 4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;2;0)$, $B(2;3;5)$, $C(7;1;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + 3y + 5z - 20 = 0 \\ -3x - 2y - 3z + 17 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;3;12)$ относительно плоскости $-y + 9z + 18 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{3} = \frac{y-8}{1} = \frac{z+7}{2}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z + 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-1)$, $B(2;-19)$ и $C(9;3)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;-1;-3)$, $\boldsymbol{b}(-3;-2;-2)$, $\boldsymbol{c}(-5;-1;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;-8;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-12;11;10)$, $\boldsymbol{b}(7;-5;-2)$, $\boldsymbol{c}(4;-3;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;6;3)$, $B(4;8;2)$, $C(6;7;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(7;-7;-4)$, $B(5;3;-11)$, $D(6;-1;-7)$, $E(6;-6;-8)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;1;-2)$, $B(4;2;-9)$, $C(3;2;-1)$, $S(-5;-8;-2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(0;3;5)$ параллельно плоскости $-x - 3y + 2z = 3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+8}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;5;6)$, $B(10;13;12)$, $C(-5;-4;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x + 3y + z - 9 = 0 \\ -4x + 2y + z - 23 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;1;1)$ относительно плоскости $-x - z + 2 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+3}{1}$ и плоскостью $\pi : 4x + 5y + 2z = 11$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-4)$, $B(-14;-2)$ и $C(8;4)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5; 3; 2)$, $\boldsymbol{b}(0; 1; 3)$, $\boldsymbol{c}(-3; 3; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(10; -7; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 9\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-10; -6; -9)$, $\boldsymbol{b}(4; 2; 3)$, $\boldsymbol{c}(5; 2; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 8; 1)$, $B(5; 6; -2)$, $C(5; 9; 2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(4; 0; 8)$, $B(9; -9; 13)$, $C(6; 1; 7)$, $D(0; -1; 10)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6; -7; -6)$, $B(7; -6; -6)$, $C(7; -5; -5)$, и найти расстояние от точки $S(-2; 0; -6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4; 0; 3)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+6}{-1}$ и $\frac{x+8}{3} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 0; 5)$, $B(7; -5; 12)$, $C(6; -2; 8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - y - z + 21 = 0 \\ -5x + 2y - z - 27 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(44; -1; 31)$ на плоскость $-9x + y - 6z = -111$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+8}{-5} = \frac{y+6}{5} = \frac{z-5}{-4}$ и плоскостью $\pi: -x - y + z = -6$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; 1)$, $B(1; -10)$ и $C(-13; -23)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;4;5)$, $\boldsymbol{b}(1;2;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-3;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;-5;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-7;-1;4)$, $\boldsymbol{b}(5;2;-4)$, $\boldsymbol{c}(4;-1;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;3;3)$, $B(3;1;4)$, $C(2;0;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-8;6;1)$, $B(-1;5;1)$, $D(-8;2;2)$, $E(-7;13;-1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6;-4;-4)$, $B(-7;-3;-5)$, $C(-5;-3;-4)$, и найти расстояние от точки $S(-8;-3;7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;-1;-4)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+6}{-1}$ и $\frac{x+2}{2} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;0;5)$, $B(7;2;5)$, $C(4;7;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - 2z - 24 = 0 \\ -4x + y + z + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;-6;2)$ относительно плоскости $9x + 9y + 2z - 15 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x - 4y + 2z + 4 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-2)$, $B(18;-9)$ и $C(13;10)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;5;2)$, $\boldsymbol{b}(-3;5;3)$, $\boldsymbol{c}(1;1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-5;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-2;5)$, $\boldsymbol{b}(3;2;-6)$, $\boldsymbol{c}(-9;0;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;6;3)$, $B(8;10;-2)$, $C(8;9;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(9;-7;2)$, $B(5;-12;-1)$, $D(4;-14;-1)$, $A_1(5;-12;1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9;0;-4)$, $B(11;3;-3)$, $C(8;-1;-4)$, и найти расстояние от точки $S(-6;-6;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8;-5;7)$ перпендикулярно плоскостям $-3x + y = 3$ и $-4x - 2y + z = 5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;6;6)$, $B(9;13;12)$, $C(9;14;13)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + 3y + 4z - 15 = 0 \\ -3x - 2y - 5z + 23 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;-13;-3)$ относительно плоскости $-x - 6y + z - 16 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{5} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi: x - y - 2z - 8 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-5)$, $B(-4;-22)$ и $C(-5;3)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DC в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;1;-3)$, $\boldsymbol{b}(-5;-2;3)$, $\boldsymbol{c}(2;2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-1;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-7;9;3)$, $\boldsymbol{b}(3;-3;-1)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;9;5)$, $B(4;10;4)$, $C(0;10;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(8;-8;9)$, $B(11;-12;17)$, $D(10;-11;10)$, $A_1(4;-3;0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4;6;7)$, $B(-3;2;7)$, $C(-2;7;8)$, и найти расстояние от точки $S(8;-7;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-9;-8;-3)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{3}$ и перпендикулярно плоскости $-5x + 8y - 10z = -3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;1;5)$, $B(4;-4;6)$, $C(-1;9;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - z - 2 = 0 \\ -3x - 3y + 2z + 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(4;22;8)$ на плоскость $3x + 9y + 5z = 20$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-3} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-7}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - y + 2z - 8 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;1)$, $B(10;2)$ и $C(-1;-3)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;1;2)$, $\boldsymbol{b}(0;4;5)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;8;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(19;4;-17)$, $\boldsymbol{b}(7;4;-6)$, $\boldsymbol{c}(-5;-3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;1;2)$, $B(1;3;1)$, $C(10;0;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(9;5;-7)$, $A_2(6;3;-9)$, $A_3(6;0;-9)$, $A_4(11;5;-6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7;-4;-1)$, $B(-5;-7;-4)$, $C(-8;-3;1)$, $S(-4;-8;6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;9;2)$ параллельно прямым $\frac{x-5}{3} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+1}{-1}$ и $\frac{x+4}{1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-5}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;6;0)$, $B(0;9;1)$, $C(-1;10;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x+7y+3z+15=0 \\ x+9y+4z+22=0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-10;21;12)$ на плоскость $x - 5y - 2z = -19$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y-8}{2} = \frac{z+3}{3}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y + 3z + 13 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-3)$, $B(-21;-6)$ и $C(6;-9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AD в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-3;-5;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;6;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;8;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-6;-3;-2)$, $\boldsymbol{b}(7;5;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;0;-4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;8;1)$, $B(8;10;7)$, $C(6;7;-4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-3;-9;-8)$, $B(-10;-7;-15)$, $C(7;-8;-12)$, $D(-1;-10;-4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;2;2)$, $B(7;0;1)$, $C(6;1;4)$, и найти расстояние от точки $S(8;-2;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-9;-10;-6)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{1}$ и перпендикулярно плоскости $2x - y + 3z = 8$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;5;4)$, $B(1;8;6)$, $C(-1;3;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 9x + 2y - 3z + 20 = 0 \\ 4x + y - z + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;-2;-2)$ относительно плоскости $-x + y = 3$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+7}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 3y + 2z = -1$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;4)$, $B(-21;1)$ и $C(12;-8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AD в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;2;-3)$, $\boldsymbol{b}(2;1;1)$, $\boldsymbol{c}(3;4;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;3;6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 9\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;0;-11)$, $\boldsymbol{b}(1;3;1)$, $\boldsymbol{c}(2;2;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;2;4)$, $B(4;4;5)$, $C(-1;7;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-5;-1;-2)$, $B(3;-4;-2)$, $D(0;-2;-3)$, $A_1(-8;-2;1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;3;-5)$, $B(3;7;-3)$, $C(2;12;-2)$, и найти расстояние от точки $S(8;3;2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5;1;-2)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-4x - 2y + z - 2 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;3;0)$, $B(-2;2;0)$, $C(5;5;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 5y + z + 17 = 0 \\ -x + 7y \qquad - 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(18;-18;5)$ относительно плоскости $9x - 8y + z = -54$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-4} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+7}{5}$ и плоскостью $\pi : x - y - z + 2 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;2)$, $B(21;-2)$ и $C(-3;6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; -3; -1)$, $\boldsymbol{b}(3; 2; 1)$, $\boldsymbol{c}(-3; -4; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(10; -6; -1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(0; -1; -1)$, $\boldsymbol{b}(1; 3; 3)$, $\boldsymbol{c}(-3; 3; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 0; 4)$, $B(10; -7; 5)$, $C(7; 1; 4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-1; 7; 0)$, $Q(-5; 9; -1)$, $R(-6; 4; 2)$, $S(8; 6; 1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; 7; -1)$, $B(1; 8; 8)$, $C(0; 8; 7)$, $S(6; -1; -1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2; 10; 7)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{1} = \frac{y+8}{-3} = \frac{z-3}{0}$ и $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 9; 5)$, $B(7; 12; 9)$, $C(10; 7; 2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x + 2y - z - 25 = 0 \\ -3x - y + z + 19 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1; 3; 0)$ относительно плоскости $-2x + 9y + 3z + 22 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-4}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + z = 8$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; -5)$, $B(0; -26)$ и $C(15; -17)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;1)$, $\boldsymbol{c}(-5;4;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-10;3;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-4;-3)$, $\boldsymbol{b}(5;-3;-1)$, $\boldsymbol{c}(-2;2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;3;1)$, $B(1;5;-4)$, $C(-1;2;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(-8;-9;-8)$, $B(-1;-17;-3)$, $C(-10;-11;-7)$, $D(-3;-4;-11)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1;4;8)$, $B(-3;5;9)$, $C(6;3;8)$, и найти расстояние от точки $S(5;-7;2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;-4;0)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y - 7z = -2$ и $x + y - 3z = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;9;0)$, $B(12;11;8)$, $C(9;10;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x - y + 2z - 3 = 0 \\ x - 3y - z + 24 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-21;14;14)$ относительно плоскости $9x - 4y - 7z - 22 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-4}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 2y + 2z = -13$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-2)$, $B(-1;12)$ и $C(17;14)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(1;-3;1)$, $\boldsymbol{c}(2;-5;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;-1;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 7\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(5;3;-5)$, $\boldsymbol{b}(-6;-1;3)$, $\boldsymbol{c}(16;-3;-11)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;3;0)$, $B(-9;4;2)$, $C(5;2;-1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(7;-7;8)$, $B(11;-12;11)$, $D(7;-3;7)$, $E(2;0;4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6;2;-8)$, $B(7;4;-7)$, $C(5;1;-7)$, и найти расстояние от точки $S(-3;-2;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;-2;-8)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 5y + 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;4;1)$, $B(-1;1;6)$, $C(-2;0;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 6y - z - 24 = 0 \\ \quad x + y \qquad + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3;-4;-6)$ относительно плоскости $9x - 6y - 5z = 10$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-5}{-1}$ и плоскостью $\pi: -x - 2y - z - 2 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;-2)$, $B(24;-4)$ и $C(7;22)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ5-13Б.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;2;1)$, $\boldsymbol{b}(2;3;2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;4;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 6\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(9;0;-10)$, $\boldsymbol{b}(1;3;-5)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;2;8)$, $B(15;3;8)$, $C(14;4;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(0;4;6)$, $B(4;2;11)$, $D(3;3;9)$, $E(1;10;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0;9;1)$, $B(-1;8;1)$, $C(-1;12;0)$, $S(0;0;1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;2;-1)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 9y + z = 2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;7;6)$, $B(2;4;8)$, $C(4;5;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - z - 9 = 0 \\ -7x - y + 2z + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(5;-22;-7)$ относительно плоскости $2x - 7y - 3z - 30 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{4} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi: -x - 2y + z = 4$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-5)$, $B(-4;23)$ и $C(-12;7)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.