Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро DC в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;-4;-5)$, $\boldsymbol{b}(-1;-5;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;1;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;4;-1)$, $\boldsymbol{b}(5;-3;-2)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;6;2)$, $B(0;3;-5)$, $C(2;8;8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(4;-2;4)$, $A_2(6;-9;1)$, $A_4(4;-4;3)$, $B_1(5;-7;2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7;-3;2)$, $B(-6;-4;3)$, $C(-8;-1;-5)$, и найти расстояние от точки $S(7;6;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;0;2)$ перпендикулярно плоскостям $x - y + z + 6 = 0$ и $-x + 2y - 8z + 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;5;6)$, $B(7;6;6)$, $C(18;0;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 9x + y \phantom{{}+z} + 27 = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(5;-5;-15)$ относительно плоскости $-3x + y + 8z = -29$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+6}{2} = \frac{y-7}{2} = \frac{z}{-5}$ и плоскостью $\pi: -x + 2y + z + 5 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;-4)$, $B(6;24)$ и $C(6;-8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро BC в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;-1;-5)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;0)$, $\boldsymbol{c}(3;-5;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;5;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(9;12;-5)$, $\boldsymbol{c}(-5;-6;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;7;3)$, $B(2;5;7)$, $C(5;6;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-8;-8;-1)$, $Q(-1;-9;1)$, $R(2;-11;6)$, $S(-10;-7;-4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5;-5;1)$, $B(10;-4;0)$, $C(7;-3;0)$, и найти расстояние от точки $S(-1;7;4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;-5;-2)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y = -5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;2;1)$, $B(1;1;-3)$, $C(0;0;-6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -\ x - 3y - 2z - 1 = 0 \\ \ \ 2x + 5y + 5z + 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(5;-20;-18)$ на плоскость $-2x + 5y + 4z = -47$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-8}{-2}$ и плоскостью $\pi : -3x - y - 3z + 3 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;4)$, $B(-12;17)$ и $C(1;16)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;5;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;5;-2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-6;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;-2;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 7\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;2)$, $\boldsymbol{c}(2;2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;6;2)$, $B(-2;-2;0)$, $C(3;13;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(4;3;3)$, $B(3;10;-4)$, $D(2;6;1)$, $A_1(5;1;4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4;1;1)$, $B(-3;10;0)$, $C(-3;0;1)$, $S(0;-7;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;5;4)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x + 5y + z - 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;5;5)$, $B(3;0;12)$, $C(0;8;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - z - 12 = 0 \\ -3x - 2y - 4z - 26 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(46;5;27)$ на плоскость $-9x - 3y - 7z = -62$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 2y - 3z = -4$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;-1)$, $B(2;20)$ и $C(-25;23)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;3;2)$, $\boldsymbol{b}(-3;5;3)$, $\boldsymbol{c}(1;4;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;7;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-4;-3)$, $\boldsymbol{b}(-1;5;1)$, $\boldsymbol{c}(1;0;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;9;5)$, $B(3;5;10)$, $C(1;6;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(1;4;7)$, $A_2(10;6;1)$, $A_4(9;5;0)$, $B_1(7;5;2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9;8;-5)$, $B(-7;11;-4)$, $C(-8;7;-5)$, $S(-6;-7;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;4;9)$ перпендикулярно плоскостям $5x + y + z - 2 = 0$ и $-2x - 2y - z = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;2;9)$, $B(10;3;6)$, $C(12;6;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + 3y - 3z + 18 = 0 \\ \quad x - 2y - z - 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-5;-26;10)$ на плоскость $x - 6y + z - 9 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{3}$ и плоскостью $\pi : x + 3y + 2z - 15 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;-1)$, $B(-19;-8)$ и $C(-8;5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; -1; -2)$, $\boldsymbol{b}(2; -2; -1)$, $\boldsymbol{c}(-5; 2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4; 0; 3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -7\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1; 1; -3)$, $\boldsymbol{b}(-2; 2; -5)$, $\boldsymbol{c}(1; -10; 20)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 0; 2)$, $B(14; 2; 3)$, $C(1; -1; 2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(7; -9; 3)$, $Q(-1; -6; -5)$, $R(2; -7; 4)$, $S(2; -7; -2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; -5; 8)$, $B(-4; -4; 7)$, $C(-1; -4; 9)$, и найти расстояние от точки $S(2; -6; -1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2; 8; -7)$ перпендикулярно плоскостям $2x - 3y + z - 8 = 0$ и $x - y - z = -5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 1; 4)$, $B(4; 3; 3)$, $C(4; 2; 4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + z - 3 = 0 \\ -2x - 2y - z + 28 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(14; -10; -7)$ на плоскость $-2x + 4y + 3z = -31$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 4y + 6z = 12$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; 0)$, $B(-10; -2)$ и $C(-20; -24)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 2; -2)$, $\boldsymbol{b}(2; -4; 5)$, $\boldsymbol{c}(1; -3; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1; -4; 5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -6\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2; -1; -1)$, $\boldsymbol{b}(-4; 1; -2)$, $\boldsymbol{c}(-10; -2; 9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 9; 8)$, $B(2; 8; 9)$, $C(1; 0; 9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(1; 3; 5)$, $B(3; 2; 6)$, $C(-8; -1; 7)$, $D(5; 10; 1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8; 2; -7)$, $B(9; 1; -4)$, $C(7; 1; -5)$, $S(4; 4; 3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(8; -3; -2)$ параллельно плоскости $2x + y - 7z - 6 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-6}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 8; 7)$, $B(5; 5; 9)$, $C(7; 10; 6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 4y + 2z - 27 = 0 \\ -x - y + z - 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-9; -19; -25)$ на плоскость $-3x - 7y - 4z + 36 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z-1}{-5}$ и плоскостью $\pi : x - y + z + 13 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -5)$, $B(-16; -4)$ и $C(-14; 19)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро DC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;-3;-5)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;0)$, $\boldsymbol{c}(-3;-1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-9;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-9;8;-9)$, $\boldsymbol{b}(1;-3;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;1;2)$, $B(4;-2;3)$, $C(9;-9;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(5;6;-8)$, $Q(1;9;-7)$, $R(7;4;-3)$, $S(6;5;2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;1;-7)$, $B(11;5;-8)$, $C(3;2;-7)$, $S(6;-7;7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;-8;-9)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z+1}{1}$ и $\frac{x+7}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+6}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;8;3)$, $B(6;10;6)$, $C(4;13;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x - y + 3z - 17 = 0 \\ 4x + y - z + 28 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;-21;-22)$ относительно плоскости $-x + 8y + 7z = -41$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+2}{-3} = \frac{y-8}{2} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi: x - 3y + z = 9$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;4)$, $B(-25;-14)$ и $C(-11;8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 2; 3)$, $\boldsymbol{b}(4; -2; -3)$, $\boldsymbol{c}(2; -1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0; 0; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -7\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1; -1; 1)$, $\boldsymbol{b}(-2; -3; 2)$, $\boldsymbol{c}(-4; 2; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 0; 8)$, $B(8; 4; 9)$, $C(10; -9; 6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-3; -8; 0)$, $B(-1; -8; 1)$, $D(-6; -1; -8)$, $E(-5; -10; 1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; 9; 0)$, $B(-3; 8; 7)$, $C(-5; 11; -8)$, и найти расстояние от точки $S(3; 7; -1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5; 0; 8)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{8} = \frac{z+3}{-1}$ и $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 2; 3)$, $B(9; -1; -2)$, $C(8; 1; 1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x + y \qquad - 22 = 0 \\ -3x - y + z - 17 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(8; 0; 1)$ относительно плоскости $7x - 3y - 2z - 23 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : -4x + 6y - z + 12 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 1)$, $B(-4; 18)$ и $C(10; 13)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AB в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;5;3)$, $\boldsymbol{b}(-4;6;1)$, $\boldsymbol{c}(2;-5;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;0;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(14;-9;14)$, $\boldsymbol{b}(2;-4;5)$, $\boldsymbol{c}(-5;6;-7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;2;8)$, $B(2;3;7)$, $C(10;1;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(0;-8;4)$, $B(0;-7;0)$, $D(-3;-1;-4)$, $A_1(-2;-4;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4;0;-9)$, $B(6;1;-10)$, $C(5;-2;-9)$, $S(0;-5;5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;2;-1)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-5}{1}$ и $\frac{x+7}{-2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;3;5)$, $B(2;6;1)$, $C(-3;-1;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 3y + z - 13 = 0 \\ -x + 5y \qquad + 23 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3;14;7)$ относительно плоскости $-2x - 9y - 7z = 20$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z+3}{4}$ и плоскостью $\pi: 2x + y + 2z - 9 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-4)$, $B(3;-18)$ и $C(13;-16)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;-2;-5)$, $\boldsymbol{b}(5;2;6)$, $\boldsymbol{c}(4;3;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;3;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-5;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;-2)$, $\boldsymbol{c}(8;-4;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;3;8)$, $B(10;4;8)$, $C(5;4;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(-5;6;-8)$, $B(-6;-1;-10)$, $C(-4;14;-5)$, $D(-3;5;-4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9;-5;5)$, $B(-8;-4;4)$, $C(-10;-3;7)$, и найти расстояние от точки $S(-8;-7;1)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(5;5;-2)$ параллельно плоскости $x + 2y + 4z = 4$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{1} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-1}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;0;7)$, $B(11;2;12)$, $C(6;1;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - 2y - z - 21 = 0 \\ x + y \qquad + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-10;-8;26)$ на плоскость $-5x - 3y + 10z + 68 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-6}{-2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-7}{-2}$ и плоскостью $\pi: -x - 2y + z - 2 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;4)$, $B(18;2)$ и $C(-4;-4)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(-6;-3;5)$, $\boldsymbol{c}(6;5;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;5;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;-5)$, $\boldsymbol{c}(-6;1;-14)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;9;2)$, $B(5;14;4)$, $C(5;13;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(3;7;6)$, $A_2(6;9;-1)$, $A_3(2;6;2)$, $A_4(5;8;10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;6;-7)$, $B(4;3;-11)$, $C(1;14;2)$, $S(-2;-5;4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9;0;-10)$ перпендикулярно плоскостям $x - 2y - z = 7$ и $-x + 5y + 2z = 3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;4;7)$, $B(0;6;8)$, $C(-1;7;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -7x + y \qquad - 13 = 0 \\ 4x - 2y + z + 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(18;-11;18)$ относительно плоскости $6x - 3y + 7z = 32$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z = 8$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-2)$, $B(-8;-4)$ и $C(-1;-10)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-3;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;-3;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-10;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-7;7;-6)$, $\boldsymbol{b}(-2;4;-3)$, $\boldsymbol{c}(2;-7;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;0;0)$, $B(7;-1;-1)$, $C(4;1;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-1;3;-1)$, $B(-9;-6;5)$, $D(-3;-2;2)$, $A_1(0;5;-2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;5;-2)$, $B(2;10;-1)$, $C(-2;2;-2)$, $S(-5;-7;-7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;-2;-1)$ перпендикулярно плоскостям $-x - y + 7z + 4 = 0$ и $-x - 2y + 6z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;1;4)$, $B(11;8;13)$, $C(3;-3;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 2y + z + 10 = 0 \\ 5x + y - z - 23 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-30;-28;9)$ на плоскость $-6x - 5y + 2z - 78 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{2}$ и плоскостью $\pi : -2x - 3y + 2z = 10$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;-3)$, $B(-22;-6)$ и $C(5;-9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро AD в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;3;-2)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;-5;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-8;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 9\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1;5;-1)$, $\boldsymbol{b}(1;2;-3)$, $\boldsymbol{c}(-4;-2;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;1;5)$, $B(3;-2;-4)$, $C(6;0;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-6;4;-5)$, $A_2(-4;9;0)$, $A_3(-5;5;-3)$, $A_4(0;16;8)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5;-3;7)$, $B(8;3;9)$, $C(6;2;8)$, $S(4;3;6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2;-9;0)$ параллельно плоскости $-5x + y + z - 8 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{-8} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;7;1)$, $B(0;17;0)$, $C(8;8;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 2y + z - 13 = 0 \\ -2x + y + z - 12 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-31;-13;30)$ на плоскость $-7x - y + 5z - 80 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-2} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z+7}{2}$ и плоскостью $\pi : -x + y - 2z + 8 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;2)$, $B(2;-19)$ и $C(-13;14)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AD в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;1;4)$, $\boldsymbol{b}(2;6;5)$, $\boldsymbol{c}(-1;0;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;-4;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;-3;-3)$, $\boldsymbol{b}(-25;17;9)$, $\boldsymbol{c}(7;-5;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;5;8)$, $B(7;6;9)$, $C(7;3;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-3;-8;-2)$, $A_2(1;-5;-5)$, $A_4(2;-4;-2)$, $B_1(-2;-7;3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5;-7;10)$, $B(6;-6;8)$, $C(6;-5;11)$, и найти расстояние от точки $S(-8;2;8)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(6;-5;-9)$ параллельно плоскости $2x + y - 2z - 9 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;1;1)$, $B(3;3;4)$, $C(5;-2;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x - y - z - 8 = 0 \\ 7x + 3y + 2z - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(6;4;4)$ на плоскость $x - 2y + z = 26$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : 6x + y - z + 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-2)$, $B(-15;-4)$ и $C(0;6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0; 3; -5)$, $\boldsymbol{b}(-4; 5; -5)$, $\boldsymbol{c}(1; 2; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; -2; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2; -6; 1)$, $\boldsymbol{b}(3; -7; 2)$, $\boldsymbol{c}(-7; 4; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 2; 9)$, $B(8; 3; 9)$, $C(6; 11; 10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(-2; 5; 12)$, $B(3; 2; 7)$, $C(5; 1; 5)$, $D(11; 8; 14)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10; -10; -9)$, $B(-9; -8; -10)$, $C(-13; -13; -5)$, и найти расстояние от точки $S(2; -3; -5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; -8; 3)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $7x - 2y + 3z - 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 4; 1)$, $B(14; 0; 2)$, $C(3; 9; 0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x - 2y + 5z - 1 = 0 \\ -x + y + 2z - 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-13; -36; -32)$ на плоскость $-4x - 7y - 6z - 92 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x + y + 3z + 4 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; 0)$, $B(-8; -15)$ и $C(-5; 6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 4; -3)$, $\boldsymbol{b}(5; -5; 4)$, $\boldsymbol{c}(-4; 5; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1; 0; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3; -2; 4)$, $\boldsymbol{b}(2; -1; 3)$, $\boldsymbol{c}(-3; 7; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 4; 5)$, $B(12; 7; 4)$, $C(4; 2; 6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(8; -4; 3)$, $B(8; -2; 2)$, $C(9; -9; 6)$, $D(-2; 4; 0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; 8; -3)$, $B(-6; 11; -8)$, $C(-9; 7; -1)$, и найти расстояние от точки $S(-8; 7; -4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4; 5; 8)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-5} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z-3}{5}$ и $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-6}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 2; 6)$, $B(10; 4; 5)$, $C(11; 5; 5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 3y - z - 10 = 0 \\ -x - 7y + 2z + 24 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(1; -2; -12)$ на плоскость $x + 2y + 2z = -9$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+8}{3}$ и плоскостью $\pi : x - 3y + z = 7$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 1)$, $B(-12; 2)$ и $C(-1; -3)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро DD_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4; -1; -2)$, $\boldsymbol{b}(1; 6; 5)$, $\boldsymbol{c}(3; -1; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3; 2; 3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5; -2; -3)$, $\boldsymbol{b}(-2; -1; -2)$, $\boldsymbol{c}(5; 5; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 3; 9)$, $B(2; 6; 10)$, $C(5; 5; 10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(5; -6; -2)$, $B(8; 3; 2)$, $C(2; -3; -6)$, $D(7; -7; 1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; -1; 1)$, $B(-2; -2; 2)$, $C(-4; 1; 9)$, и найти расстояние от точки $S(-8; 7; 7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2; 2; 3)$ перпендикулярно плоскостям $4x - y + 4z = 0$ и $-3x + y - 5z - 2 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 7; 9)$, $B(5; 6; 7)$, $C(6; 6; 6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 2z + 1 = 0 \\ 4x + 5y + 3z - 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(28; 12; -33)$ на плоскость $9x + 4y - 8z + 80 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y - 2z - 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -3)$, $B(-11; -4)$ и $C(-10; -9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; -4; 0)$, $\boldsymbol{b}(-2; 2; -1)$, $\boldsymbol{c}(3; -3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2; -2; 3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -9\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-8; 1; 5)$, $\boldsymbol{b}(-2; 2; 3)$, $\boldsymbol{c}(1; 1; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 3; 9)$, $B(3; 4; 12)$, $C(1; 2; 7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(2; 3; -1)$, $B(4; 0; 4)$, $C(5; -6; 8)$, $D(5; -8; 7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; -3; 6)$, $B(1; -2; 5)$, $C(0; -4; 8)$, и найти расстояние от точки $S(3; -7; -4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2; 9; 0)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{-7}$ и $\frac{x+6}{-1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z+6}{6}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 4; 6)$, $B(5; 2; 7)$, $C(10; 11; 3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x + y + 9 = 0 \\ -2x + 2y + z + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-27; -6; -1)$ относительно плоскости $9x + y + 44 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+7}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y + 4z = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -2)$, $B(-3; -16)$ и $C(-9; -6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overline{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1}=\boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q}=\overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро BB_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;2;2)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;0)$, $\boldsymbol{c}(3;0;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;-3;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{m}-4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}|=1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x}=3\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;4;-7)$, $\boldsymbol{b}(1;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(1;2;-4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;6;7)$, $B(7;12;6)$, $C(2;-1;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{m}-4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-4\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=3$, $|\boldsymbol{n}|=4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-3;5;5)$, $A_2(-5;7;4)$, $A_4(2;3;6)$, $B_1(-12;10;3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1;0;-6)$, $B(-2;-3;-5)$, $C(-5;-4;-3)$, и найти расстояние от точки $S(-2;-3;6)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2;-9;9)$ параллельно плоскости $-10x+3y+2z+3=0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{9}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+4}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;3;4)$, $B(1;2;2)$, $C(2;2;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 7x+2y+3z+18=0 \\ 4x+y+2z+8=0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(7;-7;13)$ на плоскость $-x+y+4z=2$.

13. Найти угол между прямой $l:\frac{x-4}{-1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi: x+5y+2z=9$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-2)$, $B(-22;-6)$ и $C(-12;4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; 0; -4)$, $\boldsymbol{b}(3; -2; -3)$, $\boldsymbol{c}(2; -1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1; -6; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2; -7; -2)$, $\boldsymbol{b}(-2; 3; -3)$, $\boldsymbol{c}(0; 2; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 0; 7)$, $B(1; 1; 4)$, $C(4; -3; 11)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(4; 8; 9)$, $A_2(2; 9; 16)$, $A_3(6; 7; 5)$, $A_4(1; 10; 16)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; 6; 2)$, $B(13; 4; 1)$, $C(6; 5; 1)$, $S(1; -1; 3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10; 9; 1)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{-5} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-5}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-6x + 4y + z = -4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 6; 7)$, $B(13; 9; 12)$, $C(14; 10; 13)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - 2z - 6 = 0 \\ x + 5y - z + 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(39; -39; -15)$ на плоскость $-9x + 9y + 5z = -29$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{6} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{3}$ и плоскостью $\pi : x + y - z - 9 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -1)$, $B(21; -23)$ и $C(6; 7)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-3;2)$, $\boldsymbol{b}(-5;-5;4)$, $\boldsymbol{c}(1;3;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;-4;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -6\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;-3;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;7;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;6;1)$, $B(0;-1;6)$, $C(3;9;0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-4;4;0)$, $A_2(-2;6;1)$, $A_4(-1;13;2)$, $B_1(-6;-4;-1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;6;8)$, $B(-10;7;8)$, $C(-5;8;9)$, $S(-6;1;2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;-6;-2)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+8}{9}$ и $\frac{x+7}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-6}{-8}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;9;3)$, $B(0;12;8)$, $C(3;7;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x + y + z - 13 = 0 \\ -4x - y \qquad - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(37;23;31)$ на плоскость $7x + 4y + 7z = 112$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-2} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-1}{3}$ и плоскостью $\pi : x + y - 3z = 3$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-5)$, $B(-11;18)$ и $C(-2;-7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;2)$, $\boldsymbol{b}(-2;-3;-3)$, $\boldsymbol{c}(3;5;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;8;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-3;6)$, $\boldsymbol{b}(2;2;-3)$, $\boldsymbol{c}(-6;-1;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;2;2)$, $B(2;1;2)$, $C(1;4;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-8;0;1)$, $B(-8;-3;-1)$, $C(-9;4;2)$, $D(-14;-3;-9)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;-4;3)$, $B(1;-6;9)$, $C(-3;-3;4)$, и найти расстояние от точки $S(-1;-4;-1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9;5;2)$ перпендикулярно плоскостям $-4x + 3y + z - 2 = 0$ и $-7x + 5y + 4z = -1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;8;0)$, $B(4;9;3)$, $C(-1;7;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y + 8z - 9 = 0 \\ -3x - y - 7z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-3;-5;-11)$ на плоскость $5x - 2y + 10z - 143 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{4} = \frac{y-6}{1} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = 5$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-5)$, $B(16;5)$ и $C(-8;-3)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; 3; -1)$, $\boldsymbol{b}(-2; -3; 3)$, $\boldsymbol{c}(1; -5; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3; 9; 7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1; 2; -2)$, $\boldsymbol{b}(1; -3; 1)$, $\boldsymbol{c}(-1; 4; 0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 5; 9)$, $B(1; 3; 16)$, $C(0; 2; 18)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-1; -3; -5)$, $B(-2; -5; -5)$, $D(-3; -8; -3)$, $E(2; 3; -6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5; -5; -7)$, $B(-2; -8; -5)$, $C(-1; -10; -4)$, $S(8; -4; 6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5; -6; -6)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - y = 4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 3; 9)$, $B(11; 11; 6)$, $C(4; 0; 10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2x - 8y + z + 29 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-6; 10; 4)$ относительно плоскости $5x - 9y - 2z = 37$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-7}{1}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - 5z = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; 2)$, $B(-4; -26)$ и $C(8; -6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро DD_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 3; -4)$, $\boldsymbol{b}(4; 2; 1)$, $\boldsymbol{c}(1; 6; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7; 2; -6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4; -4; 3)$, $\boldsymbol{b}(-5; -3; -1)$, $\boldsymbol{c}(11; 16; -9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 6; 9)$, $B(5; 4; 7)$, $C(5; 1; 8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(5; -3; 0)$, $B(6; -4; -2)$, $D(6; -9; -9)$, $A_1(8; -3; -1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; -2; -5)$, $B(2; 3; -7)$, $C(2; 2; -6)$, и найти расстояние от точки $S(3; 4; 4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4; -7; 7)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+4}{0}$ и $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-6}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 0; 4)$, $B(13; -4; 3)$, $C(12; -3; 3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y - 2z - 29 = 0 \\ -x + y - z - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-21; -5; -33)$ на плоскость $3x + 2y + 10z = 49$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+7}{-1}$ и плоскостью $\pi: -x - 2y - 3z = 15$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; -5)$, $B(-20; -15)$ и $C(-8; -1)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;3;5)$, $\boldsymbol{b}(3;-6;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;3;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(4;-4;1)$, $\boldsymbol{b}(7;-8;-5)$, $\boldsymbol{c}(-2;7;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;7;0)$, $B(9;8;0)$, $C(16;8;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(8;0;-7)$, $B(9;2;-8)$, $D(4;0;-10)$, $E(-2;-7;-8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;5;-2)$, $B(4;6;-7)$, $C(7;7;-9)$, и найти расстояние от точки $S(4;2;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;6;-7)$ перпендикулярно плоскостям $2x - y - z - 2 = 0$ и $5x - 6y - 2z = -2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;9;1)$, $B(3;14;-8)$, $C(6;10;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y - z - 10 = 0 \\ -x + y - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(5;9;-3)$ относительно плоскости $-x - 6y + 3z = 1$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+7}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi: 2x + 4y + 6z = -3$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;1)$, $B(-14;0)$ и $C(8;7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(5;-1;3)$, $\boldsymbol{c}(0;4;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;-5;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-5;3)$, $\boldsymbol{b}(-3;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(9;11;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;1;8)$, $B(-2;-3;8)$, $C(2;2;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(8;4;4)$, $B(12;6;1)$, $D(16;9;0)$, $A_1(5;2;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;-2;1)$, $B(1;-1;4)$, $C(2;1;9)$, и найти расстояние от точки $S(0;-2;6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-2;3)$ перпендикулярно плоскостям $-x-2y-z-5=0$ и $-x+3y+z+1=0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;8;1)$, $B(2;1;4)$, $C(1;5;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y - z - 9 = 0 \\ x + y \qquad + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-3;-5;-7)$ на плоскость $x - 6y - 7z = -96$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y + 5z = -3$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;-5)$, $B(-5;6)$ и $C(-11;-1)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 0; -3)$, $\boldsymbol{b}(4; -3; -2)$, $\boldsymbol{c}(5; -4; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8; 8; 10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1; 4; -8)$, $\boldsymbol{b}(-2; 1; -2)$, $\boldsymbol{c}(5; -3; 5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 3; 1)$, $B(5; -1; 2)$, $C(6; -4; 3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(9; -9; 3)$, $B(11; -10; 4)$, $C(4; -1; -4)$, $D(8; -6; 1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; 10; -2)$, $B(-5; 8; -1)$, $C(-3; 11; -6)$, и найти расстояние от точки $S(1; 5; 3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1; 10; 6)$ параллельно прямым $\frac{x+5}{-5} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+4}{1}$ и $\frac{x-4}{1} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 3; 0)$, $B(8; 0; 4)$, $C(11; -4; 9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 5y - z + 20 = 0 \\ 2x - 8y - z + 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(13; -9; -3)$ относительно плоскости $8x - 5y - 3z - 11 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{-3}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + 2z = 4$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; 1)$, $B(-4; 2)$ и $C(5; 3)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; 4; 3)$, $\boldsymbol{b}(2; 1; -2)$, $\boldsymbol{c}(3; 4; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3; -6; -2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1; 2; -4)$, $\boldsymbol{b}(-2; 5; 5)$, $\boldsymbol{c}(2; -15; -11)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 0; 0)$, $B(10; 2; 3)$, $C(11; 3; 2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(-1; -4; 9)$, $B(1; -6; 6)$, $C(2; -6; 7)$, $D(3; -9; 2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6; 10; -4)$, $B(-3; 9; -8)$, $C(-8; 11; 1)$, $S(4; 4; -5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(10; 0; 4)$ параллельно плоскости $2x + 5y - 3z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 0; 2)$, $B(1; 3; -3)$, $C(4; -2; 5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 9y + z + 29 = 0 \\ -x + 5y \qquad + 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2; -1; -2)$ относительно плоскости $4x + y - 3z = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y-8}{2} = \frac{z-4}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y + 2z - 13 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; 0)$, $B(11; -9)$ и $C(-14; -4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; -2; 0)$, $\boldsymbol{b}(1; 0; 2)$, $\boldsymbol{c}(-2; 1; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7; -4; -2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4; -3; -5)$, $\boldsymbol{b}(14; 12; 15)$, $\boldsymbol{c}(-7; -6; -7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 6; 5)$, $B(12; 8; 6)$, $C(5; 7; 6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-7; 4; -1)$, $A_2(-11; 12; 2)$, $A_3(-10; -3; 1)$, $A_4(-6; 7; -2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; -4; 4)$, $B(-7; -3; 3)$, $C(-6; -3; 4)$, $S(-8; 7; -5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1; -9; -3)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+7}{2}$ и $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+4}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 0; 0)$, $B(2; 1; 3)$, $C(5; -1; -1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 2y + 2z + 22 = 0 \\ -x + y - z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-5; -5; 0)$ относительно плоскости $-9x - 9y + 4z = 1$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+3}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x - y - z = -3$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -2)$, $B(-4; 8)$ и $C(5; 6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 2; 0)$, $\boldsymbol{b}(-2; 3; -2)$, $\boldsymbol{c}(1; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4; 3; -1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3; 5; 10)$, $\boldsymbol{b}(1; -1; -3)$, $\boldsymbol{c}(-2; -5; -4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 7; 6)$, $B(12; 9; 7)$, $C(0; 6; 6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-5; 8; -2)$, $B(-6; 10; -3)$, $D(-11; 13; 3)$, $A_1(0; 2; -3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9; 3; -2)$, $B(11; 6; -1)$, $C(10; 8; -1)$, и найти расстояние от точки $S(-5; 4; -5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6; -8; 7)$ параллельно прямым $\frac{x}{7} = \frac{y-6}{5} = \frac{z+5}{-3}$ и $\frac{x+4}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 0; 6)$, $B(3; -3; 8)$, $C(3; -2; 7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y \quad\;\; + 6 = 0 \\ 3x - y + z + 29 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(7; -22; -9)$ на плоскость $-5x + 7y + 5z - 63 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-3} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{4}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = -8$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; 3)$, $B(22; 0)$ и $C(13; 15)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;3;1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;-1;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(5;2;-4)$, $\boldsymbol{b}(3;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-10;3;10)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;1;7)$, $B(9;2;6)$, $C(11;3;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-3;1;4)$, $B(-4;-1;7)$, $C(-6;-3;12)$, $D(-1;10;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9;10;1)$, $B(7;14;2)$, $C(8;13;1)$, $S(-6;3;-4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;3;1)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{-6} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+7}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-x-y-z=-3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;0;7)$, $B(8;-2;2)$, $C(7;-1;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - z - 2 = 0 \\ x + y + 4z + 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(7;-3;-7)$ относительно плоскости $-4x - y + 7z - 25 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x - 4y - z = 15$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;-1)$, $B(-8;-18)$ и $C(-10;11)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;4;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;-2)$, $\boldsymbol{c}(4;5;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;0;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 9\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5;5;-1)$, $\boldsymbol{b}(6;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(-6;1;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;3;7)$, $B(3;9;8)$, $C(1;2;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(5;-2;0)$, $B(7;0;-5)$, $D(10;-3;-8)$, $E(8;-2;-5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;0;9)$, $B(-2;-4;7)$, $C(1;9;12)$, $S(-5;-6;-4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(3;5;-1)$ параллельно плоскости $3x + 2y - 10z = -4$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;7;3)$, $B(9;2;12)$, $C(6;10;-2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 2z - 5 = 0 \\ -2x - y + z + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-3;2;-1)$ относительно плоскости $-x + 2y - 3z = -11$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + z + 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-1)$, $B(-6;0)$ и $C(-11;11)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;6;-5)$, $\boldsymbol{b}(1;-3;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;-5;6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;-5;9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 7\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(10;-1;4)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;1)$, $\boldsymbol{c}(-4;7;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;4;6)$, $B(8;-1;9)$, $C(5;6;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(0;-3;4)$, $Q(-7;1;13)$, $R(9;0;12)$, $S(-1;-2;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9;-1;6)$, $B(-10;-3;8)$, $C(-8;0;3)$, и найти расстояние от точки $S(-7;-2;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4;-5;4)$ параллельно плоскости $x - y + z = -7$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{1} = \frac{y+5}{2} = \frac{z+2}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;3;7)$, $B(6;-3;-1)$, $C(8;8;14)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 8y - 2z - 14 = 0 \\ x - y + z + 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1;4;5)$ относительно плоскости $-2x + y + 5z - 16 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z+3}{-4}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - 2z = -8$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-2)$, $B(16;-12)$ и $C(-6;2)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;5;1)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(1;3;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;-7;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;7;-2)$, $\boldsymbol{b}(4;-5;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;6;7)$, $B(1;5;4)$, $C(-2;9;15)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(6;1;5)$, $B(7;5;8)$, $D(7;0;3)$, $E(4;7;12)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;-8;7)$, $B(-2;-7;7)$, $C(-5;-7;8)$, и найти расстояние от точки $S(-5;-5;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-7;-6)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y - 3z = 4$ и $x + y + z = 6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;8;9)$, $B(0;9;9)$, $C(4;4;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + z + 2 = 0 \\ -x - 10y + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-4;-15;-19)$ на плоскость $2x - 3y - 5z - 56 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{6} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+2}{-2}$ и плоскостью $\pi: -x + y + z + 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;2)$, $B(-11;4)$ и $C(-13;-14)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;1;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;2;5)$, $\boldsymbol{c}(-2;0;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-3;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(-1;0;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;0;9)$, $B(13;1;11)$, $C(4;-1;8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(9;-5;2)$, $B(10;-9;-1)$, $D(7;-2;9)$, $A_1(8;3;3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6;8;-2)$, $B(8;9;7)$, $C(3;7;-12)$, и найти расстояние от точки $S(-8;-8;1)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2;0;0)$ параллельно плоскости $-x - y + 4z = 7$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{-3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+7}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;1;2)$, $B(4;2;5)$, $C(7;4;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 8x + 3y + 4z - 30 = 0 \\ -x - y - z + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-14;-12;4)$ относительно плоскости $8x + 5y - z = -41$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z + 13 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-1)$, $B(21;-27)$ и $C(5;5)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-5;1;2)$, $\boldsymbol{c}(-5;-4;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;1;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3;2;-4)$, $\boldsymbol{b}(3;1;-4)$, $\boldsymbol{c}(-2;3;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;7;3)$, $B(2;8;-4)$, $C(9;6;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(0;0;0)$, $A_2(0;-3;-2)$, $A_3(7;7;3)$, $A_4(2;-7;-5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5;-9;-5)$, $B(-3;-8;-5)$, $C(-8;-11;-4)$, $S(-1;3;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;4;-1)$ перпендикулярно плоскостям $x - 6y - z - 2 = 0$ и $x - 7y - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;8;0)$, $B(11;6;-3)$, $C(4;9;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 2y + 6 = 0 \\ -x + y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-18;-15;-21)$ на плоскость $-4x - 5y - 6z + 35 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : x + 5y + z = 8$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;-1)$, $B(0;13)$ и $C(6;-5)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;5;4)$, $\boldsymbol{b}(-5;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;4;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;6;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-2;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-8;2;5)$, $\boldsymbol{c}(2;1;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;0;2)$, $B(8;1;4)$, $C(5;3;11)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-3;-5;5)$, $B(-5;-4;7)$, $D(-6;-11;12)$, $E(-3;-3;4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4;8;-3)$, $B(-2;9;2)$, $C(-7;7;-6)$, $S(0;5;-7)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;5;-3)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$ и перпендикулярно плоскости $3x + 2y + z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;1;8)$, $B(6;0;3)$, $C(11;2;15)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 3y - z - 4 = 0 \\ x + 2y \qquad - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(20;5;-20)$ относительно плоскости $9x + 2y - 9z + 45 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : -7x - 2y + z = -8$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;1)$, $B(-20;11)$ и $C(4;3)$. Требуется:

(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 4; 4)$, $\boldsymbol{b}(-1; 3; 3)$, $\boldsymbol{c}(2; -1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8; -9; 7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1; -2; -2)$, $\boldsymbol{b}(-2; 7; 2)$, $\boldsymbol{c}(-2; -2; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 0; 7)$, $B(4; 1; 6)$, $C(7; 7; 8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(9; 3; -7)$, $A_2(3; 1; -8)$, $A_3(-1; -2; -9)$, $A_4(0; -3; -10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; -8; -9)$, $B(4; -9; -9)$, $C(7; -7; -10)$, $S(1; 0; -3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7; 10; 3)$ перпендикулярно плоскостям $3x + 2y - z = 8$ и $x - y + z = -1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 5; 9)$, $B(-6; 1; 4)$, $C(1; 4; 8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y + z - 26 = 0 \\ -x + y + 2z - 24 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-10; 27; -17)$ на плоскость $-5x + 7y - 6z = 11$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+7}{-3}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + 2z = 12$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 0)$, $B(-7; 21)$ и $C(2; -6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро CC_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; 1; -2)$, $\boldsymbol{b}(-6; -3; 4)$, $\boldsymbol{c}(5; 3; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4; -3; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1; 1; 4)$, $\boldsymbol{b}(2; -3; -6)$, $\boldsymbol{c}(-10; 7; 15)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 2; 3)$, $B(1; -3; 2)$, $C(1; 5; 3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(9; 8; 9)$, $A_2(9; 7; 6)$, $A_3(8; 11; 14)$, $A_4(13; 5; 10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; 9; -3)$, $B(-8; 8; -3)$, $C(-4; 8; -4)$, $S(-7; 8; 6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8; 0; 1)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 5y - 3z = 8$ и $x + 6y + 2z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 8; 7)$, $B(0; 13; 8)$, $C(-1; 15; 8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 2z - 6 = 0 \\ 2x - y + z + 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3; -2; 10)$ относительно плоскости $-3x + 4y - 9z = 52$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-6}{-3}$ и плоскостью $\pi : 4x - y - z = 5$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -2)$, $B(8; 3)$ и $C(-4; -6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-12Б.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;-3)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;-4;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-8;7)$, $\boldsymbol{b}(-4;6;-3)$, $\boldsymbol{c}(-3;4;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;9;6)$, $B(3;10;5)$, $C(-3;11;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-2;5;-8)$, $B(-5;13;-14)$, $D(-3;10;-11)$, $E(-2;8;-9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5;-8;1)$, $B(6;-6;5)$, $C(6;-5;8)$, $S(4;5;3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;-9;-3)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{2} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+3}{0}$ и $\frac{x+6}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;9;4)$, $B(10;11;3)$, $C(8;10;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 5y - z - 18 = 0 \\ x + 2y \qquad - 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-30;28;-11)$ на плоскость $-7x + 9y - z - 80 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + 3z = -7$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;3)$, $B(4;-10)$ и $C(-13;-21)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.