

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-6; -3; -4)$, $\mathbf{b}(3; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-5; -2; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 2; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-4; -10; -7)$, $\mathbf{b}(3; 6; 4)$, $\mathbf{c}(3; 7; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 4; 9)$, $B(9; 5; 10)$, $C(17; 9; 15)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(5; 9; 1)$, $Q(8; 14; -9)$, $R(2; 4; -7)$, $S(6; 11; 4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9; -7; -7)$, $B(10; -8; -5)$, $C(7; -4; -14)$, и найти расстояние от точки $S(-2; -7; 1)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3; -2; -1)$ параллельно плоскости $-x - 5y = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{-3} = \frac{y+7}{-9} = \frac{z-1}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 3; 5)$, $B(12; 2; 1)$, $C(13; 2; 0)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 2y - z + 12 = 0 \\ 3x + y - 29 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-6; -19; 4)$ на плоскость $x + 6y - 3z = 6$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 4y - 3z = -7$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; 3)$, $B(-5; -7)$ и $C(4; -5)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 3; -5)$, $\mathbf{b}(-3; -4; 6)$, $\mathbf{c}(-2; 1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -5; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 6\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; 1; -1)$, $\mathbf{b}(17; -7; -10)$, $\mathbf{c}(-6; 1; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 2; 2)$, $B(2; 3; 2)$, $C(5; 1; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(4; -2; -2)$, $Q(4; -4; -1)$, $R(5; 1; -4)$, $S(13; -7; 2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8; 2; 1)$, $B(9; 1; 1)$, $C(6; 3; 2)$, и найти расстояние от точки $S(-5; 5; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; -5; 5)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-3x - y + 4 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 1; 3)$, $B(6; 0; 2)$, $C(6; -1; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -6x + y + 10 = 0 \\ x - y + z + 12 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-21; 7; 25)$ на плоскость $-6x + 3y + 7z = 40$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{3} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z+7}{3}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z = -2$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -1)$, $B(-7; 20)$ и $C(20; 23)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро CC_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -1; -1)$, $\mathbf{b}(2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(3; -2; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; 4; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; 2; 5)$, $\mathbf{b}(3; -2; -4)$, $\mathbf{c}(3; -2; 6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 1; 6)$, $B(3; 3; 5)$, $C(5; 2; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(7; -9; -9)$, $A_2(6; -7; -13)$, $A_4(6; -11; -8)$, $B_1(4; -16; -4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; 0; 5)$, $B(-6; -3; 4)$, $C(-1; 1; 5)$, $S(4; 4; -4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 9; 5)$ перпендикулярно плоскостям $7x + y = 2$ и $-3x + y + z = 3$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 9; 9)$, $B(11; 10; 4)$, $C(6; 8; 16)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - y - 4z - 9 = 0 \\ -x - 2y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-7; 5; 2)$ относительно плоскости $9x - 8y + 5z = -8$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{7}$ и плоскостью $\pi : x + y - z - 3 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 2)$, $B(0; -13)$ и $C(-11; 4)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -1; -1)$, $\mathbf{b}(1; 2; 2)$, $\mathbf{c}(-1; 2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; 2; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; 3; 6)$, $\mathbf{b}(-2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-5; 1; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 5; 3)$, $B(5; 6; 3)$, $C(15; 4; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(6; -9; -16)$, $A_2(-1; -7; -7)$, $A_3(6; -5; -11)$, $A_4(3; -6; -10)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7; 9; -4)$, $B(9; 8; -4)$, $C(6; 10; -5)$, и найти расстояние от точки $S(-4; 1; -6)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1; 3; 1)$ параллельно плоскости $x + 3y = -9$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{-1} = \frac{y+8}{4} = \frac{z+7}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 0; 5)$, $B(5; -1; 5)$, $C(2; -3; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 2y - z - 23 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(7; -8; -13)$ относительно плоскости $-3x + 7y + 8z - 2 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - 3y + z = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; 3)$, $B(-19; -23)$ и $C(-3; 9)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро BC в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -2; -3)$, $\mathbf{b}(6; 1; 3)$, $\mathbf{c}(2; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-10; 3; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; 3; 1)$, $\mathbf{b}(-1; 1; 2)$, $\mathbf{c}(-3; -6; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 2; 3)$, $B(-1; 1; 6)$, $C(0; 1; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(0; 3; -8)$, $A_2(-3; 2; -10)$, $A_4(-2; -2; -11)$, $B_1(2; 4; -7)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7; -4; -8)$, $B(9; 3; -9)$, $C(8; 2; -8)$, $S(0; 1; 2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; 3; 10)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{2}$ и $\frac{x-6}{1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-3}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 7; 9)$, $B(13; 10; 11)$, $C(16; 12; 12)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 3y - z + 28 = 0 \\ x - 5y + 18 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти проекцию точки $M(-6; -2; -2)$ на плоскость $8x - 3y - 3z - 128 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y + 3z + 2 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 1)$, $B(12; -30)$ и $C(1; 7)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AB в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 0; 1)$, $\mathbf{b}(-2; 1; 1)$, $\mathbf{c}(5; 2; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; -2; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -2; -2)$, $\mathbf{b}(1; 0; 1)$, $\mathbf{c}(2; -2; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 3; 0)$, $B(3; 4; 0)$, $C(6; 5; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(-2; 7; -8)$, $Q(-3; 9; -15)$, $R(-5; 14; -14)$, $S(-1; 3; -13)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; 2; -2)$, $B(-6; 3; -6)$, $C(-7; 3; -7)$, и найти расстояние от точки $S(0; 3; -3)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; 5; -3)$ перпендикулярно плоскостям $x + 7y + z = 1$ и $-2x - 6y - z - 4 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 1; 9)$, $B(1; 8; 15)$, $C(-1; -5; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 3y + 2z - 2 = 0 \\ -x + y + z - 17 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-7; -19; 25)$ на плоскость $-4x - 7y + 4z = -63$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{3} = \frac{y+8}{1} = \frac{z-8}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + 2z - 10 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -1)$, $B(30; -15)$ и $C(-20; -17)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро DD_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -1; 1)$, $\mathbf{b}(-3; 4; -5)$, $\mathbf{c}(-2; 2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; -1; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; 2; 1)$, $\mathbf{b}(3; -5; 1)$, $\mathbf{c}(0; -1; 0)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 3; 8)$, $B(5; 2; 5)$, $C(0; 5; 15)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(11; -9; -7)$, $A_2(8; -7; -1)$, $A_3(7; -10; -5)$, $A_4(11; -3; 2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; 8; -8)$, $B(-3; 9; -8)$, $C(-1; 7; -7)$, и найти расстояние от точки $S(-3; -8; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; -1; -3)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-4}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x + 4y + z = 5$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 3; 6)$, $B(-2; 4; 3)$, $C(5; 2; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 3y - 9 = 0 \\ x + 4y - z - 29 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-50; 33; -26)$ на плоскость $-10x + 6y - 9z = 64$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{1}$ и плоскостью $\pi : 5x - y - 2z + 1 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 3)$, $B(30; 17)$ и $C(8; -9)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; -2)$, $\mathbf{b}(0; -3; -4)$, $\mathbf{c}(-5; 2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 5; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -8; 9)$, $\mathbf{b}(-2; 7; -3)$, $\mathbf{c}(-1; 4; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 7; 9)$, $B(5; 3; 6)$, $C(5; 10; 11)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(0; 6; -9)$, $Q(9; 5; -7)$, $R(-7; 4; -6)$, $S(5; 4; -6)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; 4; -1)$, $B(7; 3; -1)$, $C(4; 14; 0)$, $S(-3; -1; -5)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 9; -8)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{3}$ и перпендикулярно плоскости $-3x - y - 2z + 6 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 8; 9)$, $B(4; 7; 13)$, $C(2; 6; 16)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 2y + 2z + 4 = 0 \\ -x - y + 3z + 27 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(6; -25; 28)$ на плоскость $x + 9y - 7z + 22 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-3} = \frac{y+3}{-7} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : x + y + z + 3 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -1)$, $B(8; -6)$ и $C(-4; 3)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро DD_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; -4; 1)$, $\mathbf{b}(3; 4; -5)$, $\mathbf{c}(-2; -3; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; 1; -10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-2; 3; 1)$, $\mathbf{b}(3; -5; -1)$, $\mathbf{c}(-9; 19; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 8; 5)$, $B(7; 11; 5)$, $C(7; 10; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(0; 9; -8)$, $Q(4; 14; -3)$, $R(-2; 18; -13)$, $S(-1; 13; -10)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5; 9; -2)$, $B(-6; 8; -5)$, $C(-8; 5; -4)$, $S(2; 2; -2)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; 2; 4)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 2y - 3z = -6$ и $3x + y - z - 1 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 0; 7)$, $B(8; 1; 9)$, $C(1; -1; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x + 3y + 8z + 16 = 0 \\ x - 2y - 7z - 5 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-12; -13; -10)$ относительно плоскости $-8x - 9y - 9z = -36$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{3} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-2}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - z - 5 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; 1)$, $B(-17; 3)$ и $C(-9; 7)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро AB в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 2; 1)$, $\mathbf{b}(6; 0; 5)$, $\mathbf{c}(-5; -1; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; 3; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -9\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-6; 2; 1)$, $\mathbf{b}(-11; 4; 1)$, $\mathbf{c}(5; -1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 0; 3)$, $B(5; 4; 4)$, $C(5; 1; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(-9; -2; -4)$, $Q(-6; -6; 2)$, $R(-10; -1; -12)$, $S(-11; 1; -11)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; -6; -1)$, $B(-2; -3; 0)$, $C(-1; -4; 0)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 0; 8)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; -2; -3)$ параллельно прямым $\frac{x+4}{-1} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z+8}{-1}$ и $\frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-5}{6}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 5; 7)$, $B(5; 3; -1)$, $C(7; 4; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 8z - 10 = 0 \\ -2x + y + 7z - 6 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(-8; 3; 5)$ на плоскость $x - 2y - 3z = -1$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-1} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : x - 5y - 3z = 12$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -4)$, $B(5; 24)$ и $C(5; -8)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро AA_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -2; 1)$, $\mathbf{b}(1; 5; -1)$, $\mathbf{c}(-3; -2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; 7; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 5\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -2; 2)$, $\mathbf{b}(3; -2; 1)$, $\mathbf{c}(-2; 3; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 8; 6)$, $B(12; 10; 7)$, $C(11; 9; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C . $A(-4; 3; -5)$, $B(1; -2; 1)$, $C(-9; 7; -9)$, $D(-7; 5; -6)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; 0; -3)$, $B(-1; 7; -2)$, $C(-6; -10; -4)$, и найти расстояние от точки $S(1; 1; -1)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; 1; -3)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x - 7y = 3$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 3; 3)$, $B(8; 2; 8)$, $C(9; 2; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -5x + y + z - 1 = 0 \\ -x + y + 2z - 11 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(3; 1; 5)$ относительно плоскости $-x - 2y - 5z = -15$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x - 5y + 2z = 2$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; 4)$, $B(14; 6)$ и $C(-2; 2)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -2; 0)$, $\mathbf{b}(-2; 3; -1)$, $\mathbf{c}(-1; -4; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; 5; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; 6; 7)$, $\mathbf{b}(1; -1; -2)$, $\mathbf{c}(-5; 6; 6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 9; 4)$, $B(11; 11; 7)$, $C(13; 10; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(9; 0; -8)$, $A_2(7; -2; -9)$, $A_4(6; -3; -9)$, $B_1(16; 6; -4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7; 0; 9)$, $B(6; -1; 10)$, $C(3; -1; 12)$, $S(0; 0; -5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; -9; 2)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{-6} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$ и перпендикулярно плоскости $5x - y - 4 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 5; 4)$, $B(8; 12; -2)$, $C(8; 11; -1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 7z - 3 = 0 \\ -2x + y + 5z = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(-17; -1; -12)$ на плоскость $7x - 2y + 5z = 57$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+6}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x - y + 3z + 10 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; -2)$, $B(-7; -3)$ и $C(2; -4)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро DC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 3; 6)$, $\mathbf{b}(-3; 1; 3)$, $\mathbf{c}(1; -1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; 2; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 6\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(1; -1; -1)$, $\mathbf{b}(-5; 2; 1)$, $\mathbf{c}(-2; 5; 6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 2; 2)$, $B(4; 1; 3)$, $C(9; 5; 1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(9; -7; -6)$, $A_2(4; -9; -8)$, $A_3(2; -8; -13)$, $A_4(7; -8; -7)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 1; 2)$, $B(2; 3; -2)$, $C(0; 2; -1)$, и найти расстояние от точки $S(2; -6; 3)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-7; -5; 1)$ параллельно прямым $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{-7}$ и $\frac{x+6}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+6}{-5}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 0; 5)$, $B(6; -1; 4)$, $C(10; 2; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - 7y - z + 24 = 0 \\ x - 6y + 14 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-18; -14; 18)$ на плоскость $-3x - 8y + 8z = -101$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 6y - 5z = 11$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; -4)$, $B(4; -11)$ и $C(5; -2)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро AA_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; 3)$, $\mathbf{b}(1; 2; -2)$, $\mathbf{c}(2; 1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; 4; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -2; -1)$, $\mathbf{b}(-2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(6; -6; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 3; 8)$, $B(7; 1; 6)$, $C(10; 4; 11)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(2; 6; -4)$, $B(-1; 1; -11)$, $C(3; 12; -2)$, $D(2; 13; -5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; -3; 3)$, $B(4; 4; 4)$, $C(2; -13; 3)$, $S(8; -6; 8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-10; -1; 6)$ перпендикулярно плоскостям $x - y - 7 = 0$ и $x - 2y + z - 3 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 1; 1)$, $B(9; 7; 8)$, $C(8; 6; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z - 6 = 0 \\ -x + 2y - 3z + 5 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(7; 7; 1)$ относительно плоскости $7x + 5y + 6z = 35$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-3}{5}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z = -3$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -5)$, $B(27; 13)$ и $C(-5; -3)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -2; -1)$, $\mathbf{b}(-5; -2; -4)$, $\mathbf{c}(4; 3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; -1; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(5; -5; -1)$, $\mathbf{b}(4; -6; -1)$, $\mathbf{c}(0; 5; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 3; 1)$, $B(1; 4; 2)$, $C(-9; 2; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(6; 3; -3)$, $Q(6; 5; 2)$, $R(7; 1; -7)$, $S(4; 6; 4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; -1; -1)$, $B(2; 0; -2)$, $C(4; 0; -1)$, $S(6; -7; -5)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-9; 3; -3)$ параллельно плоскости $-3x - y - 2z = -9$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 0; 7)$, $B(5; -4; 14)$, $C(5; -3; 12)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + 11 = 0 \\ 8x + y + z + 27 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти проекцию точки $M(45; 1; -2)$ на плоскость $-10x + y + 2z = -33$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y + z = -5$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -1)$, $B(-2; 28)$ и $C(-28; 11)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -1; 1)$, $\mathbf{b}(5; 3; 3)$, $\mathbf{c}(-2; 1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 7; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -1; -3)$, $\mathbf{b}(2; 5; -3)$, $\mathbf{c}(3; 4; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 5; 2)$, $B(-7; 7; 1)$, $C(4; 4; 3)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-3; -9; -2)$, $B(-4; -7; -3)$, $D(-6; -7; -6)$, $A_1(-2; -2; 1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; 3; 10)$, $B(9; -6; 8)$, $C(8; -5; 9)$, $S(-4; 4; -2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 1; 4)$ перпендикулярно плоскостям $-x + y + z = 6$ и $-2x + y - 7z + 3 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 3; 5)$, $B(9; 5; 4)$, $C(-2; -2; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 7x + y - 11 = 0 \\ -8x - y + z + 20 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(39; -7; -11)$ на плоскость $9x - 3y - z = 19$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{-2}$ и плоскостью $\pi : 4x - y + 3z + 6 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -5)$, $B(-1; -26)$ и $C(8; 1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро DC в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 0; 3)$, $\mathbf{b}(0; -3; -4)$, $\mathbf{c}(2; 1; 6)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; 4; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; -2; -5)$, $\mathbf{b}(3; -2; -6)$, $\mathbf{c}(-4; 1; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 8; 2)$, $B(1; 7; 0)$, $C(-1; 10; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(4; -4; 4)$, $A_2(5; -3; 2)$, $A_3(2; 2; -4)$, $A_4(8; -1; -1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; -7; 3)$, $B(8; -8; 5)$, $C(5; -6; 6)$, $S(-4; 4; -4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; -4; -1)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{0}$ и $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+6}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 7; 2)$, $B(1; 5; 7)$, $C(6; 8; -1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x - y + 11 = 0 \\ 9x - y - z + 12 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(10; 16; 2)$ относительно плоскости $-5x - 7y - 2z - 29 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{4} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y + z + 12 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 2)$, $B(25; -5)$ и $C(18; -14)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 2; -2)$, $\mathbf{b}(4; 3; 3)$, $\mathbf{c}(-6; -3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -1; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; -6; -1)$, $\mathbf{b}(-1; 0; -1)$, $\mathbf{c}(-1; 2; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 2; 1)$, $B(8; 3; 1)$, $C(8; 12; 2)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C . $A(-2; 0; 2)$, $B(5; -8; 11)$, $C(-8; 7; 9)$, $D(-1; -1; 0)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 7; 9)$, $B(0; 4; 10)$, $C(-2; 9; 9)$, и найти расстояние от точки $S(0; -4; -8)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; -4; 10)$ перпендикулярно плоскостям $9x + 2y + z + 1 = 0$ и $-5x - y = -5$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 9; 2)$, $B(1; 6; 6)$, $C(4; 10; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 5y - z - 22 = 0 \\ x - 3y + 17 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(9; 20; 11)$ относительно плоскости $5x + 9y + 4z + 36 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-4} = \frac{y+6}{4} = \frac{z-5}{3}$ и плоскостью $\pi : x - y + z - 11 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; -5)$, $B(0; -12)$ и $C(1; -3)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AD в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -3; -4)$, $\mathbf{b}(-2; -5; -5)$, $\mathbf{c}(2; 3; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -4; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; 6; 1)$, $\mathbf{b}(-4; 5; 2)$, $\mathbf{c}(13; -23; -5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 6; 6)$, $B(-1; 7; 5)$, $C(-2; 7; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-3; -8; -2)$, $B(-6; -12; 0)$, $D(-1; -5; -3)$, $A_1(4; -7; -9)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7; -2; -2)$, $B(-12; -1; 0)$, $C(-6; -3; -3)$, и найти расстояние от точки $S(7; 0; 8)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; -9; 7)$ перпендикулярно плоскостям $-5x + 3y - 2z = 0$ и $-2x + 2y - z = -2$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 6; 2)$, $B(-1; 7; 6)$, $C(-4; 8; 11)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x - y - z + 15 = 0 \\ -2x + y + 2z - 11 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(26; 6; -33)$ на плоскость $7x + 4y - 7z + 19 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + 5y + z = -9$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; 3)$, $B(-5; -8)$ и $C(-7; 11)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 1; -1)$, $\mathbf{b}(0; 3; -2)$, $\mathbf{c}(-5; -5; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -9; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-7; 1; 5)$, $\mathbf{b}(3; 3; -2)$, $\mathbf{c}(0; -1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 2; 5)$, $B(3; 4; 4)$, $C(6; 3; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C . $A(-4; -4; 5)$, $B(3; -9; 10)$, $C(-3; -5; 8)$, $D(-9; 0; 7)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; -3; 4)$, $B(-2; -8; 4)$, $C(-1; -4; 5)$, $S(-3; -1; 4)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; 4; 7)$ перпендикулярно плоскостям $-x - y + z + 3 = 0$ и $4x - y - 5 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 3; 7)$, $B(5; 9; 6)$, $C(4; 8; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x - y + z + 19 = 0 \\ -2x - y + 7 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(-15; -8; 6)$ на плоскость $-3x - 2y + 4z - 27 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -4x + y - 5z = 6$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -5)$, $B(-18; -3)$ и $C(-2; -7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 1; -3)$, $\mathbf{b}(-2; 2; -5)$, $\mathbf{c}(-5; -1; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 0; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 5\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-2; -1; -2)$, $\mathbf{b}(5; 2; 6)$, $\mathbf{c}(-9; 2; -18)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 6; 0)$, $B(4; 4; -2)$, $C(4; 3; -1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(1; 7; -4)$, $Q(5; 10; -6)$, $R(2; 12; -4)$, $S(-2; 5; -3)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10; 1; -4)$, $B(11; 2; -4)$, $C(11; 11; -3)$, $S(-8; 5; 0)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 10; 0)$ параллельно прямым $\frac{x}{-8} = \frac{y+6}{3} = \frac{z+7}{-1}$ и $\frac{x-3}{5} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z-5}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 3; 8)$, $B(1; 4; 9)$, $C(-3; 1; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 3y + z + 9 = 0 \\ x + y + z - 12 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-3; -1; 6)$ относительно плоскости $x - z + 6 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+3}{-3}$ и плоскостью $\pi : -3x + y + 2z + 4 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; 4)$, $B(1; 18)$ и $C(19; 20)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; -3)$, $\mathbf{b}(2; 3; 5)$, $\mathbf{c}(-2; -1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -6; -9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; -1; 2)$, $\mathbf{b}(-1; -1; 1)$, $\mathbf{c}(3; 6; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 6; 8)$, $B(6; 7; 8)$, $C(6; -2; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(-2; 8; -9)$, $Q(-1; 8; -7)$, $R(2; 9; 1)$, $S(-10; 10; -6)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; 6; -7)$, $B(5; 7; -7)$, $C(2; 7; -6)$, и найти расстояние от точки $S(-5; 5; 4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 7; -2)$ перпендикулярно плоскостям $3x - y - z = 4$ и $7x + y - 6 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 1; 8)$, $B(0; -1; 4)$, $C(-4; -4; -1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x + 8y + 3z - 22 = 0 \\ -2x - 3y - z + 7 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-15; 22; 10)$ относительно плоскости $-6x + 9y + 5z + 17 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{2} = \frac{y-8}{3} = \frac{z}{-3}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - z = -7$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 1)$, $B(6; 29)$ и $C(-6; 9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро DC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 2; -3)$, $\mathbf{b}(1; -1; 2)$, $\mathbf{c}(1; -2; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; -3; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; -2; 1)$, $\mathbf{b}(3; 5; 3)$, $\mathbf{c}(1; 1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 2; 4)$, $B(4; -2; 6)$, $C(4; -3; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4 . $A_1(6; -7; 4)$, $A_2(4; -4; 9)$, $A_3(8; -4; -1)$, $A_4(9; -8; -4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10; 5; -4)$, $B(11; 6; -4)$, $C(12; 0; -3)$, $S(5; 0; 5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; 2; 5)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+7}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x + 7y - z + 2 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 7; 2)$, $B(6; 9; -3)$, $C(6; 10; -5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -7x - y + z + 25 = 0 \\ 3x - y - 26 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-7; 8; 5)$ относительно плоскости $x - 3y - 2z + 6 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-7}{3}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z = 3$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -5)$, $B(15; 29)$ и $C(-11; 7)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; 2; -1)$, $\mathbf{b}(2; 1; 0)$, $\mathbf{c}(-5; 4; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; -2; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-5; -3; -3)$, $\mathbf{b}(-6; -3; -4)$, $\mathbf{c}(20; 6; 9)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 7; 7)$, $B(8; 8; 8)$, $C(8; 5; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(9; -3; -3)$, $A_2(7; -6; -4)$, $A_3(10; -3; -7)$, $A_4(8; -4; 4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 4; 1)$, $B(9; 0; -4)$, $C(-2; 5; 2)$, и найти расстояние от точки $S(-6; 6; -8)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1; 7; 4)$ параллельно плоскости $8x + y = -1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{9} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 3; 6)$, $B(-3; -4; 5)$, $C(1; 5; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 7y - 3z + 28 = 0 \\ -x - 6y + 2z - 19 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(7; 5; 4)$ относительно плоскости $-7x - 2y - 5z + 40 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y+8}{3} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y - z = -2$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -1)$, $B(20; -5)$ и $C(2; -9)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 0; -1)$, $\mathbf{b}(5; 2; -3)$, $\mathbf{c}(-5; -3; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; 6; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + 4\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; 1; 2)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 5)$, $\mathbf{c}(0; -1; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 9; 4)$, $B(8; 11; 3)$, $C(5; 4; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(0; 1; -1)$, $B(-3; 0; -2)$, $D(-3; 0; -3)$, $A_1(-5; -2; -5)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; -1; 2)$, $B(7; 2; 3)$, $C(12; 9; 5)$, и найти расстояние от точки $S(8; 5; -5)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; 1; -6)$ параллельно прямым $\frac{x}{1} = \frac{y+7}{-3} = \frac{z-6}{1}$ и $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+6}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 6; 6)$, $B(-3; 7; 4)$, $C(-4; 7; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x + y + z - 12 = 0 \\ 9x + 2y + 3z - 9 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-1; 12; -2)$ относительно плоскости $x - 8y + 3z = 8$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z}{4}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y + z = -14$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 1)$, $B(-16; 0)$ и $C(-16; 13)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(6; 1; 3)$, $\mathbf{b}(-1; 3; -3)$, $\mathbf{c}(5; 3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; 10; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(5; -4; 5)$, $\mathbf{b}(-7; 11; -11)$, $\mathbf{c}(2; -2; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 7; 2)$, $B(6; 5; 1)$, $C(4; 4; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-8; 0; -8)$, $B(-7; -2; -8)$, $D(-13; -5; -1)$, $E(-8; -7; -5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; -8; 1)$, $B(2; -9; -1)$, $C(1; -10; 0)$, $S(3; 0; 1)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5; 6; -1)$ параллельно плоскости $x + 3y = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{-3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 5; 8)$, $B(6; 0; 9)$, $C(3; 4; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - y - z + 2 = 0 \\ -x + 2y - 2z - 26 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-11; -7; 12)$ относительно плоскости $-7x - 4y + 9z = -6$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{1} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-2}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z + 4 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; -3)$, $B(-18; -6)$ и $C(15; -15)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 2; 0)$, $\mathbf{b}(-3; 5; -5)$, $\mathbf{c}(-5; 3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 6; -8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 13\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; 0; -1)$, $\mathbf{b}(-2; 1; 1)$, $\mathbf{c}(-6; 2; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 8; 6)$, $B(6; 10; 5)$, $C(3; 9; 7)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4 . $A_1(-2; 9; 6)$, $A_2(-2; 8; 8)$, $A_3(-9; 18; -4)$, $A_4(-6; 13; 3)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; -9; 1)$, $B(-1; -10; -8)$, $C(-6; -7; 11)$, $S(0; 5; 8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 0; -1)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+6}{2}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 5y - z - 3 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 7; 5)$, $B(9; -1; 0)$, $C(5; 10; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 3y + 2z - 16 = 0 \\ 3x + 4y + 3z - 26 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(21; -9; 17)$ на плоскость $5x - 4y + 9z + 72 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : x - y - 5z + 13 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; 1)$, $B(-3; 2)$ и $C(-4; -7)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро BC в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; 3; -3)$, $\mathbf{b}(-2; -1; 1)$, $\mathbf{c}(-5; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; -4; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 4\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; -3; -2)$, $\mathbf{b}(3; -2; -3)$, $\mathbf{c}(-5; 6; 6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 0; 5)$, $B(5; 9; 5)$, $C(5; 7; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-4; 7; 8)$, $B(-2; 9; 9)$, $D(-3; 6; 11)$, $A_1(-5; 9; 3)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; 1; -1)$, $B(7; -1; -2)$, $C(6; 2; -1)$, $S(-5; -6; 0)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; 0; -2)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{1} = \frac{y-6}{9} = \frac{z+2}{0}$ и $\frac{x-2}{1} = \frac{y+6}{7} = \frac{z+1}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 3; 0)$, $B(-3; 1; 7)$, $C(11; 4; -4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - z - 18 = 0 \\ 8x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(0; 2; 3)$ относительно плоскости $-5y - z = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{1} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : 4x - 3y - z = -8$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -1)$, $B(5; -22)$ и $C(14; 11)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 3; 3)$, $\mathbf{b}(-1; -3; -1)$, $\mathbf{c}(1; -4; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; 6; -10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(7; -3; 7)$, $\mathbf{b}(1; 3; -3)$, $\mathbf{c}(-1; 4; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 0; 9)$, $B(0; -1; 10)$, $C(-1; 2; 10)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C . $A(-5; 5; -4)$, $B(-6; 2; -4)$, $C(-7; 1; -5)$, $D(-1; -1; -1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; -1; -4)$, $B(4; 1; -3)$, $C(4; 6; -2)$, $S(-2; -7; -5)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -10; -7)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{1}$ и $\frac{x+3}{-5} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 4; 0)$, $B(10; 8; 2)$, $C(8; 1; -1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x + 3y + 3z + 2 = 0 \\ x - y - 2z + 6 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(17; 1; 0)$ относительно плоскости $5x - y - 19 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-1}{2}$ и плоскостью $\pi : -4x - 2y + z + 2 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; 2)$, $B(3; 23)$ и $C(-24; 26)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро DD_1 в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -3; 3)$, $\mathbf{b}(1; -5; 1)$, $\mathbf{c}(2; 1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; 3; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(6; -4; 1)$, $\mathbf{b}(-1; 1; 3)$, $\mathbf{c}(4; -8; -5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 7; 0)$, $B(12; 5; 2)$, $C(8; 8; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-8; 0; 0)$, $B(-11; -7; -1)$, $D(-7; 4; 1)$, $A_1(-8; 8; 3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; 8; 5)$, $B(-4; 9; 5)$, $C(-2; 7; 6)$, и найти расстояние от точки $S(6; 3; -3)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 0; -10)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-2}{0}$ и перпендикулярно плоскости $x - y - z = -4$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; 5)$, $C(-1; 7; -8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y - z - 1 = 0 \\ 4x - y + 2z + 14 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-33; 13; 30)$ на плоскость $6x - 3y - 8z = -41$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : -3x + 4y - 2z = 11$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; 1)$, $B(23; -21)$ и $C(-8; -23)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро AB в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; -3)$, $\mathbf{b}(-4; -2; 1)$, $\mathbf{c}(-4; -2; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 1; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; -15; 3)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 2)$, $\mathbf{c}(1; 3; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 3; 3)$, $B(-3; 0; 6)$, $C(-6; -4; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4 . $A_1(8; 1; -5)$, $A_2(10; 0; -6)$, $A_3(9; -1; -7)$, $A_4(6; 5; -2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7; -3; 1)$, $B(11; 0; 8)$, $C(4; -5; -4)$, и найти расстояние от точки $S(1; -2; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; -1; 2)$ перпендикулярно плоскостям $x - y + 4 = 0$ и $-x - 6y + z + 5 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 2; 0)$, $B(11; 6; -1)$, $C(10; 5; -1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 9x - 2y + z + 29 = 0 \\ 5x - y + 10 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-6; 1; -7)$ относительно плоскости $-4x + y - 3z + 19 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y+8}{2} = \frac{z+4}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y - 5z = 4$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; 4)$, $B(21; 3)$ и $C(-5; 16)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AD в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -1; 2)$, $\mathbf{b}(3; 0; 2)$, $\mathbf{c}(-6; -6; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 5; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; 2; 5)$, $\mathbf{b}(-1; -2; -3)$, $\mathbf{c}(0; -9; -13)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 4; 9)$, $B(-3; 3; 8)$, $C(4; 6; 10)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-1; 9; 7)$, $B(0; 14; -1)$, $D(-3; 9; 16)$, $E(-2; 8; 12)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4; 5; 1)$, $B(-1; 7; 0)$, $C(5; 6; 1)$, $S(-4; 6; -5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -4; -2)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-2}{-1}$ и $\frac{x+7}{3} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-1}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 9; 6)$, $B(6; 10; 7)$, $C(6; 11; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 4y - z + 6 = 0 \\ 3x + 7y + 2z - 13 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(-8; -5; -11)$ на плоскость $-x - 5y - 6z = -25$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-2} = \frac{y+7}{3} = \frac{z-6}{2}$ и плоскостью $\pi : -x + y - 3z + 3 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -5)$, $B(-25; -23)$ и $C(3; 1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AB в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 3; 6)$, $\mathbf{b}(-1; 1; 3)$, $\mathbf{c}(1; -2; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 4; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(8; 4; 1)$, $\mathbf{b}(1; -1; -1)$, $\mathbf{c}(-1; 1; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 3; 8)$, $B(13; 7; 5)$, $C(8; 0; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(-6; 9; -3)$, $A_2(-10; 2; 7)$, $A_3(-5; 9; 0)$, $A_4(-3; 13; -4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8; -3; -7)$, $B(-6; -4; -10)$, $C(-11; -1; -3)$, $S(6; 0; -1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; -2; 2)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 4y + z = 4$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 3; 9)$, $B(1; 7; 16)$, $C(6; 0; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y - z + 13 = 0 \\ x - y - 16 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(3; 20; 15)$ на плоскость $-6x - 7y - 3z = -15$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y - z + 8 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -5)$, $B(-4; -16)$ и $C(2; -3)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 1; -3)$, $\mathbf{b}(-1; 0; -2)$, $\mathbf{c}(-1; 2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; -8; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 6\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; -2; -2)$, $\mathbf{b}(-2; 3; -2)$, $\mathbf{c}(7; -11; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 1; 3)$, $B(8; 9; 3)$, $C(8; 4; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(0; -5; -4)$, $A_2(-4; 0; -6)$, $A_3(3; -9; -7)$, $A_4(-6; 3; -4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 3; 7)$, $B(3; -1; 8)$, $C(-2; 6; 7)$, и найти расстояние от точки $S(5; 1; 1)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; -1; 2)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{8} = \frac{y-2}{9} = \frac{z-1}{3}$ и перпендикулярно плоскости $-3x - 4y - z = 8$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 5; 7)$, $B(4; 3; 8)$, $C(9; 6; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 6y - 4 = 0 \\ 2x + 7y + z - 10 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(17; 10; -4)$ относительно плоскости $5x + 4y - 3z - 12 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{2} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 4y - z + 8 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; 0)$, $B(8; -13)$ и $C(1; 6)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; -4; -1)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 2)$, $\mathbf{c}(1; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 3; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -2; -6)$, $\mathbf{b}(-2; -1; -5)$, $\mathbf{c}(-1; -2; 15)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 0; 0)$, $B(16; 2; -1)$, $C(12; 1; 0)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(7; 0; 8)$, $A_2(5; 1; 6)$, $A_3(4; 2; 5)$, $A_4(10; -2; 8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; 3; 1)$, $B(-7; 4; -9)$, $C(-8; 4; -2)$, и найти расстояние от точки $S(0; 5; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; -7; -8)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $5x + y + 2 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 3; 7)$, $B(4; 4; 11)$, $C(6; 5; 14)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 2y - 10 = 0 \\ x - 3y + z + 14 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(8; -11; -4)$ на плоскость $4x - 5y - 2z = -85$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-6}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x - y + 7z - 4 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; -3)$, $B(-30; -13)$ и $C(2; 3)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро AD в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 3; 0)$, $\mathbf{b}(2; -2; 1)$, $\mathbf{c}(3; 0; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -7; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-3; -4; 8)$, $\mathbf{b}(-1; 3; -1)$, $\mathbf{c}(1; 2; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 0; 9)$, $B(7; 1; 9)$, $C(10; -1; 10)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(-2; -4; 0)$, $A_2(1; -3; 1)$, $A_3(-1; -7; -5)$, $A_4(-10; -4; 1)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; 8; -6)$, $B(-2; 9; -6)$, $C(11; 6; -5)$, и найти расстояние от точки $S(-5; 0; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(8; -4; -1)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{5}$ и $\frac{x+6}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+5}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 1; 2)$, $B(11; -6; 0)$, $C(-3; 5; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 7y - z + 26 = 0 \\ x + y + 5 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(45; -25; -35)$ на плоскость $10x - 7y - 8z - 53 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y + z + 10 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -4)$, $B(13; 30)$ и $C(5; -10)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро BB_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; 5; 5)$, $\mathbf{b}(5; 5; 6)$, $\mathbf{c}(-1; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; -7; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -8\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(5; -4; -1)$, $\mathbf{b}(-7; 9; 2)$, $\mathbf{c}(7; -6; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 3; 9)$, $B(7; 2; 8)$, $C(-1; 6; 11)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(-2; 7; 8)$, $Q(-9; 12; 10)$, $R(-7; 11; 9)$, $S(-2; 10; 9)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; -8; -6)$, $B(-3; -3; -13)$, $C(-4; -5; -12)$, и найти расстояние от точки $S(5; -4; 8)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; -6; 3)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-6}{-4}$ и $\frac{x}{-1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-2}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 6; 2)$, $B(4; 1; 11)$, $C(-3; 10; -5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y - z - 2 = 0 \\ x + 3y + 8 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-9; 1; -2)$ относительно плоскости $7x + 3z = 18$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{3} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z - 15 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -1)$, $B(-7; 13)$ и $C(-9; -5)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро BC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; 4; -5)$, $\mathbf{b}(3; -3; 1)$, $\mathbf{c}(1; -5; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 5; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(6; 3; 4)$, $\mathbf{b}(-7; -2; -6)$, $\mathbf{c}(4; 7; 9)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 1; 7)$, $B(2; 0; 8)$, $C(5; 2; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(4; -9; 0)$, $Q(-3; -7; 7)$, $R(9; -10; -5)$, $S(-4; -8; 4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4; 3; 7)$, $B(1; 4; 9)$, $C(8; 2; 6)$, $S(1; 5; 3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; -3; -2)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{3} = \frac{y}{-5} = \frac{z-3}{10}$ и $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-6}{-3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 0; 0)$, $B(10; 1; 1)$, $C(3; -5; -4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y - 6 = 0 \\ 2x + 6y + z + 10 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(4; -2; -7)$ на плоскость $-x + 5y + 6z - 68 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 3y - z = 11$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; -1)$, $B(8; 27)$ и $C(8; -5)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 3; -1)$, $\mathbf{b}(2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-1; -2; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; -1; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -1; 1)$, $\mathbf{b}(-2; 4; 3)$, $\mathbf{c}(3; -2; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 0; 3)$, $B(4; -1; 2)$, $C(-3; 3; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(6; -2; -1)$, $B(8; -1; -2)$, $D(-3; -4; 4)$, $A_1(8; -2; -2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; -1; -1)$, $B(-11; -2; -4)$, $C(6; 0; 1)$, и найти расстояние от точки $S(6; -6; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -8; 2)$ перпендикулярно плоскостям $-5x - 3y - 4z - 4 = 0$ и $-6x - 2y - 3z = -6$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 5; 9)$, $B(1; -2; 10)$, $C(8; 10; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y - 5z - 28 = 0 \\ x + y - 4z - 18 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(7; -21; 21)$ относительно плоскости $-3x + 7y - 8z = -31$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-7}{-1}$ и плоскостью $\pi : 4x + 2y + 6z - 3 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 4)$, $B(-15; 2)$ и $C(-8; -4)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро AD в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; 0; -3)$, $\mathbf{b}(-5; 1; 5)$, $\mathbf{c}(1; -3; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; 2; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 7\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; -18; 17)$, $\mathbf{b}(1; 6; -3)$, $\mathbf{c}(2; 5; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 3; 2)$, $B(8; 6; -1)$, $C(10; -2; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(-1; 1; -7)$, $B(0; -6; -6)$, $C(0; -5; -6)$, $D(3; -8; 3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; 7; 6)$, $B(-6; 4; 10)$, $C(7; 9; 3)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 2; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; -7; -5)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{-5} = \frac{y+8}{3} = \frac{z-1}{-1}$ и $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+7}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 3; 0)$, $B(11; -6; 4)$, $C(10; -4; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 3y - z - 19 = 0 \\ -x + 4y + 2z - 26 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-28; -1; -6)$ на плоскость $10x - 3y + 7z = -3$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{3} = \frac{y-8}{-4} = \frac{z-8}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - z - 8 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -5)$, $B(-1; -26)$ и $C(8; 7)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .