Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-1;-3)$, $\boldsymbol{b}(4;5;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;3;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 5\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(5;-2;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;9;4)$, $B(7;11;1)$, $C(12;14;-3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0;4;6)$, $A_2(2;3;7)$, $A_4(-6;7;4)$, $B_1(5;2;6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9;5;-2)$, $B(7;7;-5)$, $C(8;4;0)$, $S(0;1;3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;7;-5)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-5}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 4y + 4z = 2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;5;0)$, $B(4;6;-3)$, $C(5;7;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x - y - z + 19 = 0 \\ 2x + 2y + z - 25 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-22;-4;-27)$ на плоскость $7x + 3y + 8z + 16 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{4} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-2}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z + 3 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;-3)$, $B(13;10)$ и $C(8;-15)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;1;-3)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;-4)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;5;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 7\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;3;4)$, $\boldsymbol{b}(4;5;5)$, $\boldsymbol{c}(-12;-15;-20)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;3;3)$, $B(-2;0;5)$, $C(0;1;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-2;1;3)$, $A_2(-3;6;3)$, $A_3(-11;5;8)$, $A_4(-5;-4;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;7;-7)$, $B(1;4;-8)$, $C(2;9;-8)$, и найти расстояние от точки $S(-4;0;4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-2;8)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{10} = \frac{z-3}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 3y + z + 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;0;9)$, $B(1;-5;1)$, $C(6;3;14)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 2y - z - 12 = 0 \\ x - 3y \qquad - 21 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(10;9;-1)$ относительно плоскости $-3x - 2y + z + 14 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-8}{-4}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + 2z + 1 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;-3)$, $B(1;-14)$ и $C(1;1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;4;0)$, $\boldsymbol{b}(0;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;3;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;-3;1)$, $\boldsymbol{b}(4;-7;2)$, $\boldsymbol{c}(-7;-1;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;2;7)$, $B(-5;1;8)$, $C(-4;1;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-7;-8;-4)$, $Q(0;-10;5)$, $R(-3;-9;-8)$, $S(-6;-8;-6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;5;-4)$, $B(0;1;-3)$, $C(-3;10;-4)$, и найти расстояние от точки $S(-5;-4;6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;-10;2)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{-4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{-1}$ и $\frac{x+2}{9} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-4}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;8;3)$, $B(6;6;4)$, $C(11;9;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - z - 27 = 0 \\ x + y + 2z + 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-9;-2;-2)$ относительно плоскости $9x + 3y - 4z = -26$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+6}{4}$ и плоскостью $\pi : -x - y - 2z - 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;-4)$, $B(-19;27)$ и $C(-8;-10)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(5;3;2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-4;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(-5;3;1)$, $\boldsymbol{c}(6;-1;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;6;3)$, $B(13;5;1)$, $C(18;5;0)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(3;-6;-2)$, $A_2(-1;-11;-4)$, $A_4(4;-2;-2)$, $B_1(5;-3;-1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;-1;2)$, $B(-4;-2;1)$, $C(0;9;4)$, $S(2;-5;-7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8;10;9)$ перпендикулярно плоскостям $x - 2y + 2z = -4$ и $x - y + 3z + 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;1;9)$, $B(6;-1;9)$, $C(7;-2;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 3y - z + 6 = 0 \\ -x - y + 2z + 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;4;4)$ относительно плоскости $-6x - y - 7z = 11$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{1} = \frac{y+5}{2} = \frac{z+6}{3}$ и плоскостью $\pi : x + 3y - z = -5$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;4)$, $B(-22;-14)$ и $C(-2;-14)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;5;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;-1;5)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;8;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;3;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;4;-1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-6;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;1;1)$, $B(10;2;1)$, $C(8;3;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(5;-6;2)$, $B(2;-5;1)$, $D(14;-7;3)$, $E(-5;-3;-2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7;6;3)$, $B(-14;1;4)$, $C(-4;8;4)$, и найти расстояние от точки $S(4;-1;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(9;7;6)$ параллельно плоскости $2x + y + 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;5;9)$, $B(7;8;4)$, $C(6;10;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ -2x + y + 2z + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(16;14;8)$ на плоскость $8x + 8y + 3z + 147 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{3} = \frac{y+7}{4} = \frac{z+3}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x + y + z = 6$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;-2)$, $B(-9;26)$ и $C(-9;-6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $2 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; -4; 4)$, $\boldsymbol{b}(-3; -3; 5)$, $\boldsymbol{c}(1; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6; 3; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(7; 4; -3)$, $\boldsymbol{b}(8; -3; -6)$, $\boldsymbol{c}(-5; -1; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 8; 2)$, $B(7; 10; 1)$, $C(2; 7; 3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-2; -9; 0)$, $A_2(-1; -9; -2)$, $A_3(0; -10; -5)$, $A_4(-9; -7; 4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10; 4; 10)$, $B(15; 11; 2)$, $C(7; 0; 15)$, $S(-4; 2; -5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6; 8; -1)$ перпендикулярно плоскостям $-x + y + z = 5$ и $-x - 3y = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 7; 1)$, $B(2; 2; 4)$, $C(19; 14; -3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x + y - z + 27 = 0 \\ -2x + y \qquad + 15 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(12; 1; -16)$ на плоскость $-x + 3y + 3z + 19 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{2} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - 3y + 2z - 15 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -1)$, $B(-5; -12)$ и $C(-11; -5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;3;-3)$, $\boldsymbol{b}(1;1;-3)$, $\boldsymbol{c}(-1;-3;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-9;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 6\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(3;3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;8;3)$, $B(7;5;-7)$, $C(6;7;0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-9;5;-4)$, $B(-10;8;0)$, $C(-4;7;-1)$, $D(-6;4;-5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8;7;-1)$, $B(7;8;-4)$, $C(5;9;-2)$, и найти расстояние от точки $S(4;0;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;10;8)$ перпендикулярно плоскостям $-8x + 2y - z = 3$ и $-9x + 3y - z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;6;5)$, $B(5;4;6)$, $C(1;7;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 7y + z + 10 = 0 \\ x + 3y + z + 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-4;5;-13)$ на плоскость $-x - 4y + 6z - 12 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 3y + 2z - 8 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-5)$, $B(-10;-14)$ и $C(-9;-1)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-3;-1)$, $\boldsymbol{b}(-5;-4;6)$, $\boldsymbol{c}(1;4;6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-7;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 7\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;2;-3)$, $\boldsymbol{b}(3;-5;7)$, $\boldsymbol{c}(11;-9;11)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;8;1)$, $B(4;9;1)$, $C(5;9;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(0;-1;-4)$, $Q(9;-4;-3)$, $R(-2;-2;-4)$, $S(4;-8;-2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;9;-9)$, $B(-5;13;-8)$, $C(-8;8;-9)$, $S(2;4;7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;2;6)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{-8} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-2}{-2}$ и $\frac{x-4}{-5} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;1;8)$, $B(6;3;11)$, $C(3;8;18)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x - y - z - 15 = 0 \\ x + 3y + 2z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(7;3;11)$ на плоскость $-x + y - z + 3 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x - 6y - 4z = -9$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;0)$, $B(7;-10)$ и $C(-6;-16)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-1;-3)$, $\boldsymbol{b}(2;-5;-6)$, $\boldsymbol{c}(-3;2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;9;9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(7;-10;-4)$, $\boldsymbol{c}(-3;3;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;9;5)$, $B(0;14;1)$, $C(9;7;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-8;-2;-6)$, $B(-1;-1;-8)$, $D(-3;-1;-7)$, $A_1(-6;1;-2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;-3;0)$, $B(-5;-4;-2)$, $C(-7;-1;3)$, $S(-4;8;8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5;1;0)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+5}{0}$ и $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;6;9)$, $B(-3;4;10)$, $C(-10;-1;12)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ 4x + y + 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-12;17;23)$ на плоскость $-6x + 5y + 9z = -62$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-4} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+3}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + z = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;0)$, $B(-7;-10)$ и $C(-14;-6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро DD_1 в отношении $2 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 4; -1)$, $\boldsymbol{b}(-1; 0; -2)$, $\boldsymbol{c}(4; -5; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0; -1; -5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-7; -6; 2)$, $\boldsymbol{b}(7; -1; 7)$, $\boldsymbol{c}(-6; 7; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 5; 9)$, $B(7; 12; 6)$, $C(4; 0; 11)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-2; 2; 5)$, $B(-11; 7; 6)$, $D(0; 1; 6)$, $E(0; 1; 9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0; 3; 2)$, $B(1; 6; 3)$, $C(1; 8; 4)$, $S(-8; 6; 1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; 5; 10)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{4} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-4}{1}$ и $\frac{x+4}{-3} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+1}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 9; 7)$, $B(-1; 10; 6)$, $C(-4; 11; 4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 2y + z + 2 = 0 \\ x + y + 2z + 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(10; 41; -14)$ на плоскость $-4x - 10y + z = 4$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{2}$ и плоскостью $\pi : x + 4y - 2z = 6$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; 2)$, $B(0; -5)$ и $C(1; 4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-4;3)$, $\boldsymbol{b}(0;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;5;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;-3;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2;3;-2)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;-3)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;3;5)$, $B(4;6;7)$, $C(5;4;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-4;7;1)$, $B(-13;5;-2)$, $D(-6;7;2)$, $A_1(-1;8;2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6;4;7)$, $B(-1;7;12)$, $C(5;5;9)$, $S(2;1;-8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;1;1)$ перпендикулярно плоскостям $-3x + 7y - 5z + 4 = 0$ и $2x - 5y + 3z - 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;8;9)$, $B(1;6;6)$, $C(1;7;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -6x+3y-4z+13=0 \\ 7x-2y+3z-11=0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-31;16;29)$ на плоскость $-10x + 7y + 7z = 31$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -6x - 3y + 2z - 13 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;0)$, $B(8;-15)$ и $C(5;6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;0;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;3;3)$, $\boldsymbol{c}(5;-2;-6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;4;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4;3;-2)$, $\boldsymbol{b}(-14;15;-10)$, $\boldsymbol{c}(7;-5;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;3;2)$, $B(9;8;11)$, $C(8;6;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(-3;-1;-4)$, $A_2(7;8;3)$, $A_3(-2;2;0)$, $A_4(-2;-3;-7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5;-4;10)$, $B(6;-1;10)$, $C(4;3;11)$, и найти расстояние от точки $S(6;5;3)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2;6;7)$ параллельно плоскости $2x+2y-z=2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z+1}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;8;5)$, $B(3;7;4)$, $C(0;3;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x+y-2z+11=0 \\ -2x+y-z+16=0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(16;-16;7)$ на плоскость $-8x+2y-3z-50=0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x+2y-2z-12=0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-3)$, $B(3;-17)$ и $C(-15;-19)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(4;1;-3)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-1;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-5;-4)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;2)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;2;2)$, $B(-1;0;2)$, $C(-1;9;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(3;5;-1)$, $A_2(-2;2;5)$, $A_3(10;6;-6)$, $A_4(2;7;-2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10;1;6)$, $B(-8;-2;11)$, $C(-9;0;7)$, и найти расстояние от точки $S(-1;6;7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;2;7)$ перпендикулярно плоскостям $-5x + y - 2z - 6 = 0$ и $x + y - z = 3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;8;6)$, $B(10;2;5)$, $C(11;1;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 2y + 6z + 22 = 0 \\ x - \ y + 5z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(16;-30;11)$ на плоскость $3x - 10y + 7z = 109$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-2} = \frac{y}{-4} = \frac{z+6}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x - y - 2z = 3$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;2)$, $B(-17;4)$ и $C(5;-6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(-4;2;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;1;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-3;-3)$, $\boldsymbol{b}(-4;3;-4)$, $\boldsymbol{c}(3;-3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;4;1)$, $B(1;3;2)$, $C(10;3;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-4;-4;0)$, $A_2(-5;-3;6)$, $A_4(-3;-2;-1)$, $B_1(-7;-6;8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;-6;-7)$, $B(3;-5;-6)$, $C(-3;-5;-5)$, и найти расстояние от точки $S(2;-1;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;-2;2)$ параллельно прямой $\frac{x}{7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+6}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-9x - 3y - z = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;6;7)$, $B(-1;3;9)$, $C(2;5;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -6x - y + z - 21 = 0 \\ -5x - y \qquad - 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-16;19;-5)$ на плоскость $6x - 3y + z - 26 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+5}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi: x - 2y - z = -9$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;3)$, $B(-20;29)$ и $C(2;15)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-4;3)$, $\boldsymbol{b}(-3;5;-2)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;-6;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(0;1;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;4)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;7;1)$, $B(2;8;0)$, $C(1;8;-7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(1;0;-4)$, $B(8;-3;-8)$, $C(3;-1;-5)$, $D(-1;9;4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5;-7;2)$, $B(-4;-4;2)$, $C(-7;-5;3)$, $S(8;-2;-3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10;-3;3)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+2}{-1}$ и $\frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+4}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;2;1)$, $B(6;5;0)$, $C(9;0;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 18 = 0 \\ -2x + 4y + z - 19 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;-10;-2)$ относительно плоскости $-5y + z = 9$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : -5x + 4y + z + 1 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;2)$, $B(27;4)$ и $C(-6;10)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;5;5)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;7;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-5;4;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(10;-9;9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;4;1)$, $B(13;7;-1)$, $C(8;6;0)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(3;2;-1)$, $B(4;2;1)$, $D(1;3;-2)$, $E(-4;7;3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;0;5)$, $B(4;1;5)$, $C(5;9;6)$, и найти расстояние от точки $S(7;3;8)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1;0;1)$ параллельно плоскости $-x - y - 2z - 6 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{3} = \frac{y+5}{5} = \frac{z-1}{5}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;0;0)$, $B(10;1;-6)$, $C(-7;-1;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y - z + 15 = 0 \\ -3x + 2y + z - 28 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-5;-1;4)$ относительно плоскости $-x + y + 6z - 9 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+1}{2}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + z = -1$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-1)$, $B(-2;28)$ и $C(-16;5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-3;-2;3)$, $\boldsymbol{c}(3;4;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;8;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 7\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;-4)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;6)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;3;7)$, $B(5;12;9)$, $C(3;4;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(-4;-12;1)$, $Q(-8;-7;-1)$, $R(1;-9;0)$, $S(-10;-8;-1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4;10;-1)$, $B(-6;11;0)$, $C(-7;11;1)$, $S(1;1;1)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;-2;1)$ параллельно прямым $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+5}{5} = \frac{z-2}{1}$ и $\frac{x+2}{5} = \frac{y+6}{-6} = \frac{z-2}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;3;1)$, $B(11;6;0)$, $C(-1;1;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y - z + 1 = 0 \\ 2x - 6y + z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(16;-24;28)$ на плоскость $4x - 9y + 10z - 166 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : 7x - 2y + 2z = -4$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;-1)$, $B(5;-22)$ и $C(-10;-13)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(6; 1; -3)$, $\boldsymbol{b}(3; -4; -5)$, $\boldsymbol{c}(5; 0; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4; 3; 5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1; 6; -6)$, $\boldsymbol{b}(2; 7; -3)$, $\boldsymbol{c}(-3; -4; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 0; 7)$, $B(1; -5; 4)$, $C(0; -7; 3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(7; -1; 1)$, $A_2(12; -4; -6)$, $A_3(8; 1; 2)$, $A_4(3; -2; 3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; 8; 9)$, $B(2; 9; 9)$, $C(9; 7; 10)$, $S(-6; 1; -1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9; -8; -10)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x - y + 2z = -3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 6; 4)$, $B(9; 9; 8)$, $C(2; -1; -5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 3y + 2z - 16 = 0 \\ -2x - y + 3z - 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-2; -4; 0)$ на плоскость $-4x - y + 2z = -30$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : x + y + z + 14 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -1)$, $B(-15; 4)$ и $C(-13; -5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AB в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 0; 5)$, $\boldsymbol{b}(3; 2; -3)$, $\boldsymbol{c}(-2; -1; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1; -4; -7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(7; 4; 2)$, $\boldsymbol{b}(1; -4; -3)$, $\boldsymbol{c}(-17; -11; -2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 7; 4)$, $B(1; 6; 5)$, $C(-1; 9; 10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(1; 7; 6)$, $A_2(3; 8; 3)$, $A_4(2; 8; 4)$, $B_1(2; 4; 6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10; 1; -3)$, $B(-11; -1; -4)$, $C(-9; 0; -4)$, и найти расстояние от точки $S(-8; -4; 8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2; -3; -8)$ перпендикулярно плоскостям $-4x - y - 3z + 2 = 0$ и $5x + y + 2z = 3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 7; 9)$, $B(6; 3; 16)$, $C(10; 8; 7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 7y - z - 6 = 0 \\ -x - 4y - 2z + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(12; 20; -11)$ относительно плоскости $-5x - 8y + 3z + 8 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x - 6y - z + 8 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; 1)$, $B(18; -9)$ и $C(-4; 5)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;3;2)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;0)$, $\boldsymbol{c}(-2;4;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-6;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-3;5)$, $\boldsymbol{b}(-4;-2;3)$, $\boldsymbol{c}(19;4;-20)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;6;7)$, $B(16;11;5)$, $C(13;9;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(-2;5;-1)$, $B(6;0;-4)$, $C(1;8;1)$, $D(-1;7;0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9;-4;2)$, $B(-10;-1;1)$, $C(-7;-9;3)$, и найти расстояние от точки $S(0;5;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5;-2;3)$ перпендикулярно плоскостям $-x + y + z - 5 = 0$ и $-3x - y = 4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;6;0)$, $B(10;9;5)$, $C(10;10;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y \phantom{{}+z} - 5 = 0 \\ 7x + 2y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-3;0;4)$ относительно плоскости $-y + 3z = -3$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+8}{1} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi: x - 3y - 7z + 5 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;-5)$, $B(-5;23)$ и $C(3;-9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; -2; 2)$, $\boldsymbol{b}(5; 2; 3)$, $\boldsymbol{c}(-4; -3; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0; 1; -1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-7; -6; 3)$, $\boldsymbol{b}(-1; -1; 1)$, $\boldsymbol{c}(8; 9; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 5; 4)$, $B(7; 2; 4)$, $C(7; 12; 5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(0; -4; -1)$, $B(-2; -2; -2)$, $C(9; -9; -8)$, $D(2; -5; -1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; -10; 7)$, $B(-8; -9; 6)$, $C(-10; -9; 7)$, и найти расстояние от точки $S(-7; -5; 3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3; -6; -4)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{1}$ и перпендикулярно плоскости $x + y - 7 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 9; 5)$, $B(2; 8; 6)$, $C(7; 10; 3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x - 9y + z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-4; 3; -3)$ относительно плоскости $-6x + 5y - 3z - 13 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + y - 8z = 5$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; -4)$, $B(0; -26)$ и $C(-4; -8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;-1;5)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(4;-1;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;-2;9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-3;5)$, $\boldsymbol{b}(4;11;-14)$, $\boldsymbol{c}(-1;-2;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;5;2)$, $B(9;-3;3)$, $C(9;-4;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(1;-1;-9)$, $B(3;-8;-8)$, $D(0;4;-11)$, $A_1(3;-6;-12)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;2;-10)$, $B(3;3;-10)$, $C(7;1;-9)$, и найти расстояние от точки $S(-2;8;3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;-4;1)$ перпендикулярно плоскостям $-8x + y + 2z - 1 = 0$ и $9x - y - z - 8 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;8;5)$, $B(7;2;1)$, $C(3;7;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -\ x + y + 2z - 10 = 0 \\ 3x + y + 3z + 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-25;9;5)$ на плоскость $6x - 5y - 4z - 16 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+8}{-3}$ и плоскостью $\pi : 3x + y - 2z + 10 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;-3)$, $B(-12;10)$ и $C(5;21)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; 2; -1)$, $\boldsymbol{b}(-3; -5; 4)$, $\boldsymbol{c}(1; 1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0; -3; 7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3; 3; -2)$, $\boldsymbol{b}(4; 5; -3)$, $\boldsymbol{c}(-12; -19; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 5; 3)$, $B(2; -2; -2)$, $C(7; 10; 6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(8; -9; 4)$, $A_2(13; -17; 7)$, $A_3(13; -11; 5)$, $A_4(12; -4; 2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7; -9; 8)$, $B(6; -7; 9)$, $C(4; -8; 9)$, и найти расстояние от точки $S(-1; 7; -5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1; 5; 9)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x + y - 2z - 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 4; 0)$, $B(5; 1; -4)$, $C(8; 9; 7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 8 = 0 \\ -x + 6y + z + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(8; 2; 0)$ относительно плоскости $-7x - 4y + 7z = -7$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi : 7x - 3y - z = -12$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; 1)$, $B(-25; 5)$ и $C(7; 5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-1;-6)$, $\boldsymbol{b}(3;-2;-4)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;4;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-2;-2)$, $\boldsymbol{b}(5;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-8;-4;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;3;5)$, $B(10;4;4)$, $C(10;7;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(1;-5;-6)$, $Q(-1;-5;-5)$, $R(-4;-3;-5)$, $S(10;-6;-9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10;1;-2)$, $B(9;4;-1)$, $C(13;0;-2)$, $S(8;7;3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;-1;-7)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{-2} = \frac{y+8}{1} = \frac{z-3}{-2}$ и $\frac{x+8}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;5;0)$, $B(1;12;1)$, $C(10;-4;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y \qquad + 11 = 0 \\ -5x + y + z - 23 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-18;45;-12)$ на плоскость $7x - 10y + 5z - 60 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-5}{-5} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z-1}{3}$ и плоскостью $\pi: -x + y - z + 10 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;3)$, $B(-24;6)$ и $C(9;15)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;4;3)$, $\boldsymbol{c}(2;5;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;-9;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 5\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5;6;-3)$, $\boldsymbol{b}(-3;4;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;-3;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;5;6)$, $B(8;2;6)$, $C(10;3;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(6;0;8)$, $B(1;3;3)$, $C(3;1;7)$, $D(4;1;8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4;1;-6)$, $B(-3;8;-4)$, $C(-5;-5;-7)$, и найти расстояние от точки $S(8;-4;-2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;-5;-10)$ перпендикулярно плоскостям $5x + 2y - z = -3$ и $-2x - y + z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;9;3)$, $B(1;5;6)$, $C(-1;14;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y \qquad + 3 = 0 \\ 7x + y + z + 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(16;-13;-4)$ на плоскость $6x - 5y - 5z = 9$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+7}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{-2}$ и плоскостью $\pi: -2x - 2y + 2z - 2 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;-5)$, $B(12;-10)$ и $C(5;-29)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;5;-3)$, $\boldsymbol{b}(0;5;-4)$, $\boldsymbol{c}(-1;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-7;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(-3;6;7)$, $\boldsymbol{c}(6;-20;-25)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;7;8)$, $B(4;6;7)$, $C(7;8;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(2;5;3)$, $Q(0;3;4)$, $R(1;7;2)$, $S(0;8;1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;5;0)$, $B(7;4;0)$, $C(-8;7;-1)$, $S(-2;-4;-7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1;2;-3)$ параллельно плоскости $3x - 3y - z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z+3}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;2;7)$, $B(10;12;0)$, $C(6;-1;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - z - 19 = 0 \\ -x + y \quad\quad - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;14;5)$ относительно плоскости $2x + 9y + z - 4 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : x - y - 6z - 4 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-4)$, $B(17;-10)$ и $C(-12;-12)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-2;5)$, $\boldsymbol{b}(-4;-3;4)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;2;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(2;5;2)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;0;8)$, $B(6;2;5)$, $C(-1;1;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(2;-2;3)$, $Q(4;1;12)$, $R(1;-3;-2)$, $S(4;1;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;0;-4)$, $B(-4;2;-7)$, $C(13;-3;1)$, и найти расстояние от точки $S(6;8;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5;-2;0)$ параллельно плоскости $2x + y + 6z + 7 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{-7}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;0;5)$, $B(3;3;6)$, $C(2;5;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -\ x\ - y - z - 6 = 0 \\ 2x + y \qquad + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(14;21;22)$ на плоскость $3x + 4y + 5z - 36 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-1} = \frac{y+8}{5} = \frac{z+6}{6}$ и плоскостью $\pi : x - y - z + 3 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-4)$, $B(14;-5)$ и $C(4;-16)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(6;1;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;-3;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1;2;-4)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(1;1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;6;9)$, $B(8;8;10)$, $C(11;1;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(0;-9;9)$, $B(-5;-8;16)$, $C(1;-5;7)$, $D(-2;-16;12)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;-6;-4)$, $B(4;-3;-9)$, $C(2;-8;-1)$, и найти расстояние от точки $S(4;0;-3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;-1;10)$ перпендикулярно плоскостям $x - 4y - 2z = 0$ и $-x + 9y + 3z + 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;1;7)$, $B(3;3;8)$, $C(0;4;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y - z - 19 = 0 \\ -x + 2y - 3z + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-18;-11;22)$ на плоскость $4x + 5y - 6z - 49 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-3} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+8}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x - y + 2z - 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-3)$, $B(25;-7)$ и $C(7;-11)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(2;-5;3)$, $\boldsymbol{c}(3;-3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;-7;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-6;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;-7;5)$, $\boldsymbol{c}(4;24;-21)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;4;6)$, $B(8;3;7)$, $C(6;6;-1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(1;-12;-3)$, $B(8;-3;0)$, $C(5;-2;-5)$, $D(9;-4;2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;-5;-3)$, $B(-7;1;-5)$, $C(-4;-12;0)$, $S(-6;-3;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;-7;-1)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{0}$ и перпендикулярно плоскости $3x + 2y - z = -1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;1;0)$, $B(5;3;1)$, $C(6;6;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -8x + y \quad\;\; + 2 = 0 \\ -7x + y + z - 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(37;36;-9)$ на плоскость $-10x - 9y + 4z = -139$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-3} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{4}$ и плоскостью $\pi : x - y - z + 10 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;-3)$, $B(-9;-20)$ и $C(5;-15)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;2;1)$, $\boldsymbol{b}(1;-6;1)$, $\boldsymbol{c}(2;-5;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;-3;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(6;-8;-1)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;1;5)$, $B(9;0;5)$, $C(-2;2;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-6;6;-3)$, $A_2(-11;4;7)$, $A_3(-1;8;2)$, $A_4(-8;5;-5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0;-7;-9)$, $B(3;-9;-10)$, $C(1;-8;-9)$, $S(-7;0;5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;7;0)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+6}{-1}$ и $\frac{x+3}{-9} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;9;0)$, $B(3;0;7)$, $C(0;14;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - 7z + 6 = 0 \\ -2x - 3y + 6z - 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(6;41;30)$ на плоскость $-x + 9y + 10z = -65$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-3}{3}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y + 3z - 2 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;2)$, $B(23;6)$ и $C(13;-4)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 2; 5)$, $\boldsymbol{b}(-1; 1; 5)$, $\boldsymbol{c}(4; -3; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7; -3; 5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1; 2; 2)$, $\boldsymbol{b}(-3; -4; 1)$, $\boldsymbol{c}(6; 6; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 3; 0)$, $B(11; 6; -1)$, $C(10; 1; 0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(-1; -13; 0)$, $Q(0; -5; 3)$, $R(2; -4; 8)$, $S(1; -15; 6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; -8; 8)$, $B(1; -10; 7)$, $C(6; -9; 9)$, и найти расстояние от точки $S(3; -3; 2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8; -3; 5)$ перпендикулярно плоскостям $-5x + 2y - 3z = 6$ и $2x - y + 2z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 3; 4)$, $B(8; 2; 2)$, $C(-3; 6; 9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x + y + 11 = 0 \\ 2x + 2y + z + 20 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-23; 2; -8)$ на плоскость $-6x + 3y - 4z = -68$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y + z = -5$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -3)$, $B(18; -6)$ и $C(-15; -15)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;4;2)$, $\boldsymbol{b}(-2;-5;-3)$, $\boldsymbol{c}(-5;-3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;1;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;2;-2)$, $\boldsymbol{b}(-3;5;0)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;9;1)$, $B(6;8;-5)$, $C(11;10;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(6;4;8)$, $B(11;-1;11)$, $D(5;1;7)$, $E(4;11;7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4;-3;5)$, $B(0;-1;6)$, $C(1;-2;6)$, $S(0;-7;-6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;-9;2)$ перпендикулярно плоскостям $3x + 2y + 5z = 7$ и $-2x - y - 2z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;7;8)$, $B(0;9;9)$, $C(-1;10;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 9x + 3y + z - 8 = 0 \\ -x - y \qquad -3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(18;8;13)$ относительно плоскости $-6x - 3y - 5z = -22$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 4y + 2z + 10 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;3)$, $B(18;10)$ и $C(-3;7)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(5;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(-3;1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(10;-8;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(7;3;-2)$, $\boldsymbol{b}(-1;4;-3)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;2;5)$, $B(5;1;4)$, $C(3;0;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(0;2;1)$, $A_2(1;0;1)$, $A_3(1;5;3)$, $A_4(-7;-2;-8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;8;3)$, $B(5;11;-5)$, $C(4;10;-2)$, и найти расстояние от точки $S(5;2;-2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5;-6;-5)$ перпендикулярно плоскостям $5x + y + z + 6 = 0$ и $-2x - y = 6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;6;2)$, $B(5;5;2)$, $C(1;10;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 7x + y + 2z + 3 = 0 \\ 10x + y + 3z + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(8;4;0)$ относительно плоскости $-3x - 2y - 3z = 1$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z+2}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z + 4 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;1)$, $B(-15;-4)$ и $C(-13;5)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-4;-2)$, $\boldsymbol{b}(5;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(2;-3;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8;-1;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;5;2)$, $\boldsymbol{b}(2;6;3)$, $\boldsymbol{c}(-5;-1;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;4;8)$, $B(8;6;4)$, $C(6;3;13)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-7;-7;-6)$, $A_2(-5;-8;-7)$, $A_3(-4;-9;-8)$, $A_4(-5;-16;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1;2;0)$, $B(3;3;6)$, $C(2;3;-1)$, $S(6;8;4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;-4;3)$ перпендикулярно плоскостям $x - 3y - 7 = 0$ и $x + 4y + z = -4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;8;3)$, $B(-7;9;11)$, $C(6;7;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 8x + 2y + z - 4 = 0 \\ 9x + y + z - 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-13;11;11)$ на плоскость $4x - 3y - 7z = -14$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y-7}{2} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 3y - 2z + 2 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;-4)$, $B(6;-15)$ и $C(6;0)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-5;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;1)$, $\boldsymbol{c}(-5;2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;1;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5;7;3)$, $\boldsymbol{b}(3;-4;-1)$, $\boldsymbol{c}(-10;3;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;4;1)$, $B(2;3;2)$, $C(15;5;-1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(6;2;6)$, $Q(5;6;5)$, $R(6;3;5)$, $S(3;-3;2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;-9;10)$, $B(-12;-6;11)$, $C(-11;-7;11)$, и найти расстояние от точки $S(6;6;-1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;5;2)$ перпендикулярно плоскостям $2x + 2y + z = 4$ и $3x - y = 8$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;2;3)$, $B(-4;3;-3)$, $C(3;1;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y \qquad - 15 = 0 \\ x - 3y + z - 29 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(5;24;-18)$ на плоскость $-2x - 8y + 5z = -106$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-7}{-4}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = 13$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;0)$, $B(-26;7)$ и $C(-19;16)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро AD в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;2;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;2)$, $\boldsymbol{c}(-4;4;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;5;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(3;4;-2)$, $\boldsymbol{c}(-4;-1;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;8;9)$, $B(-2;9;9)$, $C(-7;7;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(-7;9;-2)$, $Q(-3;4;-1)$, $R(-8;11;-3)$, $S(-13;14;1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;5;2)$, $B(7;4;9)$, $C(0;6;-4)$, и найти расстояние от точки $S(-3;0;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;-9;-4)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+6}{-1}$ и $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-6}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;9;9)$, $B(8;5;10)$, $C(12;0;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y - 2z - 1 = 0 \\ -5x - y + 3z = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-13;12;-14)$ относительно плоскости $9x - 8y + 9z = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+7}{3}$ и плоскостью $\pi : -3x + y + 2z + 6 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;4)$, $B(-9;-9)$ и $C(8;-20)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;1;0)$, $\boldsymbol{b}(-3;-5;3)$, $\boldsymbol{c}(3;1;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;4;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-14;3;-8)$, $\boldsymbol{b}(3;2;-3)$, $\boldsymbol{c}(7;1;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;0;1)$, $B(3;1;1)$, $C(11;1;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(5;8;0)$, $B(-2;12;-4)$, $D(3;9;-1)$, $A_1(7;17;-5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;8;8)$, $B(5;3;9)$, $C(4;7;9)$, и найти расстояние от точки $S(7;2;-2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;7;-4)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{1}$ и перпендикулярно плоскости $x + y + z = 8$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;3;9)$, $B(-1;1;10)$, $C(2;6;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y - z - 13 = 0 \\ x + 2y + z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-44;-20;10)$ на плоскость $-9x - 6y + 2z = 52$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : 4x + 4y + z + 5 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;3)$, $B(-22;-7)$ и $C(2;1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-5;-6)$, $\boldsymbol{b}(2;-2;-5)$, $\boldsymbol{c}(2;1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;1;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5;-6;6)$, $\boldsymbol{b}(-11;0;-5)$, $\boldsymbol{c}(5;-6;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;2;8)$, $B(6;6;7)$, $C(5;7;8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(4;13;2)$, $A_2(5;6;4)$, $A_3(7;-2;5)$, $A_4(6;3;7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4;10;-9)$, $B(-8;12;-8)$, $C(-3;9;-9)$, $S(-4;3;1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4;6;8)$ параллельно плоскости $-8x - y - z = -4$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-4}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;9;3)$, $B(6;10;0)$, $C(13;6;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - 3y - 2z + 22 = 0 \\ -2x + y + z - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-7;27;14)$ на плоскость $-3x + 10y + 2z - 93 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi: -4x + 2y - z + 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;1)$, $B(13;3)$ и $C(26;-11)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;-1;5)$, $\boldsymbol{c}(-3;5;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-9;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-6;5)$, $\boldsymbol{b}(8;7;-13)$, $\boldsymbol{c}(-1;-3;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;7;2)$, $B(2;2;3)$, $C(5;-1;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(-6;6;-13)$, $B(-7;-1;-7)$, $C(-8;6;-14)$, $D(-5;-4;-3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5;2;3)$, $B(0;0;6)$, $C(8;3;2)$, $S(-1;0;8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;-6;4)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{2} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-2}{1}$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z+8}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;3;3)$, $B(8;-2;4)$, $C(4;5;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 4y + z + 1 = 0 \\ 2x - 7y + 3z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(10;16;-7)$ относительно плоскости $4x + 7y - z + 6 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-3}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{-4}$ и плоскостью $\pi: -x + y + z = 1$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;2)$, $B(-16;-3)$ и $C(-19;8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ6-12Б.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(6; -5; -3)$, $\boldsymbol{b}(-1; -2; 1)$, $\boldsymbol{c}(-1; 4; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; -2; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5; 6; -4)$, $\boldsymbol{b}(2; 0; -3)$, $\boldsymbol{c}(-3; -2; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 4; 7)$, $B(-2; 9; 8)$, $C(-1; 6; 7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(-7; -5; 0)$, $B(-5; -14; -1)$, $C(-11; -3; 3)$, $D(-4; -6; -2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5; -3; -2)$, $B(-3; -4; -5)$, $C(-6; -2; -4)$, $S(-5; -3; 7)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5; 5; -6)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+8}{1}$ и перпендикулярно плоскости $5x - 4y - 5z = 8$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 9; 0)$, $B(5; 13; 3)$, $C(5; 14; 4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 2z - 7 = 0 \\ -3x + 2y - z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3; 0; 1)$ относительно плоскости $x - y + 2z - 14 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{2} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+5}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x + 3y - z + 2 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -1)$, $B(6; 9)$ и $C(-7; -5)$. Требуется:

(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.