

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро DC в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; -2; 1)$, $\mathbf{b}(2; 3; 1)$, $\mathbf{c}(-5; -6; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -3; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 9\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; -2; -6)$, $\mathbf{b}(5; -2; -5)$, $\mathbf{c}(-11; 1; 8)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 6; 3)$, $B(10; 7; 3)$, $C(10; 13; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P . $P(-13; 7; -9)$, $Q(-5; 0; -3)$, $R(-10; 4; -7)$, $S(-8; 3; -4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; -10; 2)$, $B(2; -9; 1)$, $C(-9; -11; 4)$, $S(7; -5; 3)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; 7; -4)$ перпендикулярно плоскостям $x + 3y + z - 4 = 0$ и $x - 4y + 2z = -5$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 7; 6)$, $B(6; 14; 1)$, $C(5; 11; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y + z + 18 = 0 \\ x + y - 4z + 25 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(2; 0; -1)$ относительно плоскости $-3x + 3y + 8z = 27$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-2} = \frac{y+2}{6} = \frac{z+7}{-5}$ и плоскостью $\pi : x + y + z - 14 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -4)$, $B(2; -19)$ и $C(21; -12)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 1; -1)$, $\mathbf{b}(-5; 2; 3)$, $\mathbf{c}(2; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; 6; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; -6; 1)$, $\mathbf{b}(-1; -6; 2)$, $\mathbf{c}(6; 21; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 7; 1)$, $B(0; 3; 3)$, $C(0; 6; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-9; 9; -2)$, $A_2(-8; 8; -4)$, $A_4(-6; 2; -10)$, $B_1(-11; 16; 5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10; 5; 8)$, $B(-8; 2; 9)$, $C(-9; 1; 9)$, $S(0; 2; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; -3; 5)$ перпендикулярно плоскостям $x + 5y - z + 1 = 0$ и $2x + 4y - z - 8 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 2; 4)$, $B(3; 1; 4)$, $C(4; 1; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x + y + z - 25 = 0 \\ x - y + 11 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(-9; 43; -28)$ на плоскость $3x - 10y + 6z + 45 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-3} = \frac{y+8}{-3} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y + 2z - 14 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; -1)$, $B(-11; -21)$ и $C(-13; -7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 3; 1)$, $\mathbf{b}(-2; 5; 4)$, $\mathbf{c}(1; -3; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 0; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -2; 3)$, $\mathbf{b}(5; 4; -6)$, $\mathbf{c}(6; 11; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 1; 9)$, $B(2; 10; 10)$, $C(-1; -1; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(7; 0; 0)$, $B(4; 3; -1)$, $D(8; 1; 4)$, $A_1(7; -4; -7)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; -3; -1)$, $B(-6; 1; -7)$, $C(-7; 2; -8)$, $S(-4; -6; 7)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -5; 9)$ перпендикулярно плоскостям $-x - y - 2z = 0$ и $6x + 2y + 3z - 1 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 0; 9)$, $B(8; -6; 13)$, $C(4; -1; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -7x + y - 2z - 3 = 0 \\ -2x + y - z - 4 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-6; 12; -15)$ относительно плоскости $-4x + 7y - 7z - 42 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x + y - 3z = -13$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -2)$, $B(15; 4)$ и $C(22; -18)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -5; -5)$, $\mathbf{b}(2; -2; -3)$, $\mathbf{c}(-1; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 5; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -7\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(19; 0; -9)$, $\mathbf{b}(-4; 3; 1)$, $\mathbf{c}(-5; -2; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 4; 2)$, $B(11; 1; 7)$, $C(6; 9; -6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(6; -5; -1)$, $B(7; -7; 3)$, $D(10; 2; -2)$, $A_1(3; -8; -3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7; 5; -8)$, $B(8; 4; -5)$, $C(6; 7; -10)$, и найти расстояние от точки $S(7; 0; 6)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; 2; -9)$ параллельно прямым $\frac{x+4}{-7} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-2}{0}$ и $\frac{x-1}{-4} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+5}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 2; 8)$, $B(6; -1; 4)$, $C(9; 7; 15)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 5y - z - 13 = 0 \\ -x + 4y + z + 16 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти проекцию точки $M(-14; -4; 23)$ на плоскость $2x - y - 5z = -19$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-4}$ и плоскостью $\pi : x + y + z = 7$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; 3)$, $B(-23; 21)$ и $C(-9; -1)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 1; -2)$, $\mathbf{b}(-6; -2; 5)$, $\mathbf{c}(5; 2; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -2; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-3; -1; -7)$, $\mathbf{b}(5; 4; 2)$, $\mathbf{c}(-2; -1; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 5; 0)$, $B(10; 11; -2)$, $C(4; 4; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C . $A(-6; -8; 8)$, $B(-3; -16; 4)$, $C(-5; -7; 10)$, $D(-8; -8; 5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; 1; 5)$, $B(3; 0; 4)$, $C(3; 8; 5)$, $S(8; 8; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; 4; 8)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $x - 2y + z + 4 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 7; 9)$, $B(10; 6; 18)$, $C(11; 6; 19)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + 14 = 0 \\ x - 4y + z - 16 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(12; -21; 15)$ на плоскость $-2x + 7y - 9z + 38 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y-8}{4} = \frac{z+5}{3}$ и плоскостью $\pi : -x + y - 2z - 2 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; 1)$, $B(2; -9)$ и $C(1; 9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро DD_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -2; 2)$, $\mathbf{b}(-1; -1; 2)$, $\mathbf{c}(3; 5; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -4; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -7\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -1; -5)$, $\mathbf{b}(4; 3; 6)$, $\mathbf{c}(4; 1; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 7; 9)$, $B(8; 10; 9)$, $C(10; 6; 10)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D . $A(-5; -3; 2)$, $B(-4; -4; 4)$, $C(-2; -7; 9)$, $D(-2; 5; 9)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9; -4; 8)$, $B(8; 0; 8)$, $C(10; -11; 7)$, $S(-6; -1; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; 2; 3)$ перпендикулярно плоскостям $5x - y + 2z = -3$ и $6x - y + z = -4$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 8; 7)$, $B(0; 10; 3)$, $C(3; 3; 16)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -4x + 3y - 2z + 1 = 0 \\ x - y + z + 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(0; -16; 4)$ относительно плоскости $3x - 8y + 5z - 1 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + y - 2z = 9$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -5)$, $B(5; -6)$ и $C(6; 3)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро DD_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -1; -1)$, $\mathbf{b}(-1; 1; 2)$, $\mathbf{c}(1; -3; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 1; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 7\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; -1; -2)$, $\mathbf{b}(1; -2; -6)$, $\mathbf{c}(1; 1; 12)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 5; 0)$, $B(2; 6; 0)$, $C(-2; 7; 1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(-8; -1; 4)$, $A_2(-1; 8; -2)$, $A_3(-7; 0; 6)$, $A_4(-13; -7; 13)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8; 2; -1)$, $B(11; 4; -2)$, $C(9; 1; 0)$, и найти расстояние от точки $S(8; 4; -7)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; 2; 1)$ перпендикулярно плоскостям $x - y + z + 1 = 0$ и $4x - 3y - 4z - 8 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 6; 9)$, $B(0; 4; 2)$, $C(3; 5; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 6x - 2y + 3z + 6 = 0 \\ -x - y + z - 20 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(11; 11; -9)$ на плоскость $-6x - 5y + z - 56 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + 2z = -7$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -5)$, $B(-29; 5)$ и $C(3; -11)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; 4; -3)$, $\mathbf{b}(-2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-6; 5; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 2; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(2; 3; -6)$, $\mathbf{b}(-3; -1; 3)$, $\mathbf{c}(-6; -2; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 2; 2)$, $B(-2; 8; 1)$, $C(3; -3; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(0; -2; -4)$, $B(6; -5; -11)$, $D(-5; 0; 2)$, $E(-3; -1; 0)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6; -5; -10)$, $B(-12; 0; -6)$, $C(-7; -4; -9)$, и найти расстояние от точки $S(6; -5; 1)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4; 9; -2)$ параллельно плоскости $7x + y = 8$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{-4} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+6}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 1; 9)$, $B(-1; -2; 10)$, $C(2; 2; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y + z + 1 = 0 \\ 5x + y + 2z - 5 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-13; 18; 0)$ относительно плоскости $-6x + 7y + z + 11 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{1} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z+7}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y - 5z + 5 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; -4)$, $B(-6; 11)$ и $C(-5; -16)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -1; 2)$, $\mathbf{b}(3; -4; -2)$, $\mathbf{c}(-4; 5; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; -8; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-1; 2; -1)$, $\mathbf{b}(1; 1; 2)$, $\mathbf{c}(4; -3; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 7; 3)$, $B(-1; 9; 2)$, $C(14; 6; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(5; 0; -9)$, $B(12; -5; -16)$, $D(7; 1; -8)$, $A_1(5; 4; -4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; -1; 9)$, $B(4; -8; 9)$, $C(4; -3; 10)$, и найти расстояние от точки $S(0; 0; 2)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-9; -1; 2)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 5y = 8$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 5; 6)$, $B(1; 4; 5)$, $C(-1; 7; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y - z - 1 = 0 \\ 5x + 2y + 2z - 18 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(2; 4; 0)$ относительно плоскости $-7x - 5y - 3 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : 3x - 3y + z = 15$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; 4)$, $B(6; -6)$ и $C(3; 8)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -4; -5)$, $\mathbf{b}(-1; -5; -5)$, $\mathbf{c}(4; -5; -6)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -10; -9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(8; -9; -4)$, $\mathbf{b}(4; -3; 6)$, $\mathbf{c}(-2; 4; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 1; 6)$, $B(18; 0; 10)$, $C(17; 0; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P . $P(4; -8; -5)$, $Q(2; -9; -6)$, $R(7; -18; 1)$, $S(-2; -10; -8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; 3; 8)$, $B(-10; 4; 8)$, $C(-7; 5; 9)$, и найти расстояние от точки $S(8; 8; 6)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; -2; 3)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $x + 2y - 7z - 6 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 4; 0)$, $B(0; 5; -5)$, $C(5; 3; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 2y + 3z - 14 = 0 \\ x + y - 2z - 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-8; 8; 13)$ на плоскость $x - y - 5z = -27$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y-6}{-3} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - 2z = -6$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -1)$, $B(-1; -15)$ и $C(21; -25)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро DD_1 в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -3; -1)$, $\mathbf{b}(5; -6; -3)$, $\mathbf{c}(5; -4; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; 0; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-2; 2; -3)$, $\mathbf{b}(4; -5; 3)$, $\mathbf{c}(2; -5; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 5; 7)$, $B(0; 4; 8)$, $C(-3; -5; 10)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(4; 4; 3)$, $B(9; 11; 4)$, $D(8; 13; 5)$, $E(3; 8; 5)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; -8; -9)$, $B(0; -6; -8)$, $C(-2; -9; -9)$, и найти расстояние от точки $S(-7; 6; 2)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(3; 0; 2)$ параллельно плоскости $-3x - y + 2z - 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 0; 8)$, $B(11; -7; 5)$, $C(4; -2; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y + 9 = 0 \\ x + 4y + z - 13 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(8; 6; 3)$ относительно плоскости $-7x - 2y - z - 10 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+8}{2}$ и плоскостью $\pi : 3x - y + z = 3$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; 2)$, $B(-6; -11)$ и $C(11; -22)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 1; -3)$, $\mathbf{b}(-4; 2; -5)$, $\mathbf{c}(-3; 3; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 5; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -4; 5)$, $\mathbf{b}(-7; -3; -2)$, $\mathbf{c}(2; 1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 9; 8)$, $B(10; 12; 7)$, $C(13; 13; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(6; 7; -2)$, $B(8; 8; -1)$, $D(13; 9; 4)$, $E(-1; 3; -3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 6; 9)$, $B(-3; 8; 6)$, $C(1; 5; 7)$, и найти расстояние от точки $S(5; -7; -1)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; 9; -3)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{0}$ и перпендикулярно плоскости $x - y + z = 5$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 2; 0)$, $B(5; -3; -6)$, $C(3; 8; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y + z - 15 = 0 \\ 3x + 2y + 4z - 9 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(3; 10; -11)$ относительно плоскости $-3x - 4y + 3z - 3 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$ и плоскостью $\pi : -3x + y - z + 11 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; 4)$, $B(4; 11)$ и $C(5; 2)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 1; 3)$, $\mathbf{b}(3; -2; -4)$, $\mathbf{c}(-5; 1; 6)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; -3; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 6\mathbf{m} - 5\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; -1; -1)$, $\mathbf{b}(7; 5; 4)$, $\mathbf{c}(-17; -17; -6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 1; 2)$, $B(5; -1; 1)$, $C(8; 6; 3)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P . $P(-9; -2; 7)$, $Q(1; 0; 2)$, $R(1; -1; 0)$, $S(10; 2; -3)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; 0; 10)$, $B(-10; 1; 9)$, $C(-2; 1; 10)$, $S(-6; -4; 5)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; -9; -6)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-6}{-1}$ и $\frac{x+4}{-9} = \frac{y}{-1} = \frac{z-5}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 7; 3)$, $B(13; 6; 6)$, $C(18; 5; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x - y + z + 13 = 0 \\ -5x - 3y + 2z + 28 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(-2; -14; -20)$ на плоскость $x + 4y + 4z + 6 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y - 5z + 9 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; 1)$, $B(-20; 2)$ и $C(6; -11)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; 3; 5)$, $\mathbf{b}(2; -1; 0)$, $\mathbf{c}(-1; 2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; -7; -9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 9\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(0; -1; 4)$, $\mathbf{b}(4; -7; 4)$, $\mathbf{c}(1; -2; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 5; 7)$, $B(5; 6; 0)$, $C(5; 7; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C . $A(1; 4; -7)$, $B(-2; 1; -2)$, $C(-1; 2; -4)$, $D(-2; 4; -2)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0; -9; -1)$, $B(2; -11; 2)$, $C(5; -12; 3)$, $S(5; -5; 0)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; 7; 7)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-7} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{2}$ и перпендикулярно плоскости $5x - 3y - z = -1$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 2; 9)$, $B(7; -1; 4)$, $C(10; 7; 17)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 4 = 0 \\ 2x + 3y + z + 13 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(-25; -40; 4)$ на плоскость $6x + 10y - z + 143 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{2} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z + 6 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 3)$, $B(-2; 25)$ и $C(6; 1)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 2; 5)$, $\mathbf{b}(3; -4; 1)$, $\mathbf{c}(2; -3; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -5; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; -7; 2)$, $\mathbf{b}(-7; 4; -7)$, $\mathbf{c}(1; -1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 8; 4)$, $B(3; 3; 3)$, $C(5; 14; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-3; 0; -8)$, $B(-2; -4; -6)$, $D(-5; 5; -8)$, $E(1; -10; -7)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; 0; -7)$, $B(2; -1; -6)$, $C(-6; -2; -6)$, $S(8; 0; -8)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(9; -2; 10)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-5} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z-2}{2}$ и $\frac{x+5}{-4} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 7; 1)$, $B(2; 4; -9)$, $C(7; 6; -2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - z + 22 = 0 \\ 3x - 3y - z + 10 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти проекцию точки $M(-1; 27; -16)$ на плоскость $2x - 6y + 5z + 49 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{2} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-5}{-1}$ и плоскостью $\pi : 4x + 2y + z = 10$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; 4)$, $B(10; 9)$ и $C(8; 0)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BC в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -1; 1)$, $\mathbf{b}(-3; 2; -3)$, $\mathbf{c}(1; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; 3; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -7; -2)$, $\mathbf{b}(1; 16; 5)$, $\mathbf{c}(1; -5; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 4; 5)$, $B(10; 0; 5)$, $C(10; 5; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(5; 3; -8)$, $A_2(3; 2; -8)$, $A_4(2; 6; -15)$, $B_1(5; 1; -5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; -6; -6)$, $B(6; -7; -7)$, $C(10; -5; -6)$, $S(-8; -2; 8)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; -6; -2)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+7}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 4; 2)$, $B(7; 3; 5)$, $C(9; 2; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x + 3y - 6z + 22 = 0 \\ 3x + 2y - 5z + 18 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-1; -4; 4)$ относительно плоскости $6x - 9y + 5z = -21$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : 4x + 2y + z + 6 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; -2)$, $B(-10; -4)$ и $C(6; -4)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; -1; 3)$, $\mathbf{b}(-1; 1; -5)$, $\mathbf{c}(3; 2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; 1; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 4\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; 0; 1)$, $\mathbf{b}(-3; 3; -2)$, $\mathbf{c}(4; -1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 7; 0)$, $B(9; 8; -8)$, $C(8; 8; -7)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-3; -5; 5)$, $B(-1; -1; 6)$, $D(2; -8; 7)$, $A_1(-6; -4; 4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; 9; -3)$, $B(7; 12; 7)$, $C(4; 10; 0)$, $S(-3; 5; 1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4; -5; -6)$ параллельно плоскости $-x + y - z = 8$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{-3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 6; 4)$, $B(-5; 9; -4)$, $C(3; 4; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y - 2z - 11 = 0 \\ 2x - y + z - 10 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-9; 24; 17)$ на плоскость $-2x + 5y + 6z = -20$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + y - z + 7 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; 2)$, $B(-28; 0)$ и $C(5; -6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -3; -2)$, $\mathbf{b}(-2; 1; 1)$, $\mathbf{c}(3; -3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -2; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(4; 4; -3)$, $\mathbf{b}(-1; -3; 3)$, $\mathbf{c}(-13; -6; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 9; 8)$, $B(5; 7; 7)$, $C(1; 10; 12)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(3; -7; 3)$, $Q(8; -3; 7)$, $R(-1; 0; 4)$, $S(4; -9; 3)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; 10; 2)$, $B(3; 9; 5)$, $C(4; 9; 9)$, $S(-4; -4; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; -8; -1)$ параллельно плоскости $-9x + y = 1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{-5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 3; 2)$, $B(1; 1; 6)$, $C(1; 0; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z - 17 = 0 \\ -2x - y - 4z + 16 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(-20; 6; -28)$ на плоскость $-7x - 2y - 10z - 102 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : 6x + 2y + z - 10 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 4)$, $B(-14; 9)$ и $C(0; 6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 5; 4)$, $\mathbf{b}(0; -4; -1)$, $\mathbf{c}(1; -6; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; 7; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; -6; -3)$, $\mathbf{b}(1; 4; 5)$, $\mathbf{c}(1; 2; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 8; 9)$, $B(4; 5; 2)$, $C(7; 9; 12)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(-1; -4; -8)$, $A_2(-6; -8; -15)$, $A_3(-2; -5; -5)$, $A_4(-5; -7; 0)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9; 10; 5)$, $B(-7; 11; 6)$, $C(-14; 8; 4)$, $S(2; 4; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 2; -6)$ перпендикулярно плоскостям $x - y + 3z = 0$ и $-x + 2y + z = 1$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 9; 6)$, $B(-6; 6; 10)$, $C(-1; 8; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 2y + z + 7 = 0 \\ 3x - y + 11 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(1; 2; -5)$ относительно плоскости $-4x - 7y + 5z - 2 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{3} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+5}{-5}$ и плоскостью $\pi : x + y - z + 2 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 2)$, $B(0; 16)$ и $C(6; 6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AB в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -3; -4)$, $\mathbf{b}(-1; 3; 5)$, $\mathbf{c}(-2; 2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; -1; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(2; -1; 2)$, $\mathbf{b}(-1; -1; -5)$, $\mathbf{c}(-3; 3; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 8; 5)$, $B(9; 9; 7)$, $C(12; 9; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-7; 0; -4)$, $B(-6; 6; -9)$, $D(-8; -9; 3)$, $E(-9; -4; 1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; -1; -5)$, $B(4; -5; -3)$, $C(5; -6; -2)$, $S(-5; -5; -7)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; 2; -1)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-7}$ и перпендикулярно плоскости $x + y - 4z + 6 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 4; 3)$, $B(5; 9; -5)$, $C(8; 1; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - y + z - 9 = 0 \\ 2x + y + 6z - 23 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(12; 12; -11)$ относительно плоскости $-7x - 5y + 6z = -45$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-3}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + 3z = 7$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -3)$, $B(-13; -5)$ и $C(0; 1)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AB в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 1; -4)$, $\mathbf{b}(-1; 2; -2)$, $\mathbf{c}(3; 0; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; -8; -8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(6; 7; 7)$, $\mathbf{b}(-1; -1; -1)$, $\mathbf{c}(-1; -12; -13)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 6; 2)$, $B(4; 10; 4)$, $C(2; 7; 1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-8; -2; 2)$, $B(-3; -4; 1)$, $D(-1; -7; 2)$, $A_1(-3; -9; 4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; 0; -8)$, $B(-5; 2; -7)$, $C(-6; 3; -7)$, $S(-1; 4; -3)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 7; 6)$ перпендикулярно плоскостям $3x - 3y - 2z + 1 = 0$ и $2x + y - z = -3$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 9; 5)$, $B(11; 4; 12)$, $C(7; 11; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 5z - 1 = 0 \\ -2x + y + 6z - 6 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-9; -12; 6)$ относительно плоскости $8x + 5y - 3z + 3 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+5}{-2}$ и плоскостью $\pi : -4x - y + z + 7 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 4)$, $B(25; -3)$ и $C(10; -4)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 2; -4)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 3)$, $\mathbf{c}(1; 3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 2; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; 6; 7)$, $\mathbf{b}(1; 2; 2)$, $\mathbf{c}(-9; -7; -6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 1; 2)$, $B(4; 0; 1)$, $C(0; 5; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(0; -8; 3)$, $B(-5; -10; 9)$, $D(2; -6; 6)$, $A_1(-7; -13; 1)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; -9; -8)$, $B(3; -8; -7)$, $C(-2; -7; -9)$, и найти расстояние от точки $S(8; 3; -8)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-7; 6; -5)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-6}{8}$ и перпендикулярно плоскости $-2x + 3y + 7z = 2$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 4; 4)$, $B(-3; 2; -5)$, $C(8; 5; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 8x + 3y - 2z - 21 = 0 \\ -3x - y + z + 10 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-41; 31; -1)$ на плоскость $10x - 9y + z - 38 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{4}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z - 13 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -3)$, $B(16; -5)$ и $C(10; 5)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -1; 5)$, $\mathbf{b}(-1; -2; 1)$, $\mathbf{c}(3; 2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 1; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 9\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(4; 3; -2)$, $\mathbf{b}(6; -4; -1)$, $\mathbf{c}(-3; 3; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 2; 8)$, $B(5; 12; 10)$, $C(6; 9; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(3; -9; 3)$, $A_2(0; -8; 4)$, $A_3(-2; -12; 4)$, $A_4(5; -16; 1)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; -3; 9)$, $B(-13; -1; 8)$, $C(-6; -4; 10)$, и найти расстояние от точки $S(7; 0; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-1; 0; 8)$ перпендикулярно плоскостям $4x - y = 0$ и $-5x - y - z = 1$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 1; 3)$, $B(7; -1; 7)$, $C(6; -4; 12)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x - 2y + z + 29 = 0 \\ -x - y + 7 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(6; 9; -15)$ на плоскость $7x + 4y - 9z + 79 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{5} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z-2}{4}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z + 4 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; -3)$, $B(13; -12)$ и $C(-6; -5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро BB_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 2; -2)$, $\mathbf{b}(3; 0; -4)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; 3; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -8\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; -3; -1)$, $\mathbf{b}(6; -1; -6)$, $\mathbf{c}(4; 1; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 3; 6)$, $B(7; 2; 7)$, $C(8; -5; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-2; 2; -4)$, $B(0; -7; -2)$, $D(-5; 6; -5)$, $A_1(-2; 8; -5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; -7; 10)$, $B(0; -8; 9)$, $C(-1; -11; 8)$, $S(-3; 7; -3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; -1; 2)$ параллельно плоскости $-x - 2y - 6 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z-6}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 8; 3)$, $B(0; 7; 0)$, $C(1; 7; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 3y - 5z - 17 = 0 \\ -x + 2y + 3z - 1 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-10; -3; -11)$ относительно плоскости $-4x - 5y - 7z + 3 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + z + 10 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; 2)$, $B(27; 0)$ и $C(-6; -6)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро AB в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; 1; -2)$, $\mathbf{b}(0; 2; 1)$, $\mathbf{c}(-1; 2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; -2; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-5; 3; 1)$, $\mathbf{b}(-7; 4; 2)$, $\mathbf{c}(16; -17; -6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 5; 8)$, $B(4; 6; 5)$, $C(-3; 3; 13)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(-7; 6; -7)$, $Q(-9; 10; -10)$, $R(-8; 11; -12)$, $S(-8; 8; -10)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5; 2; -7)$, $B(-13; 7; -4)$, $C(-8; 5; -5)$, $S(-4; 1; 6)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; -5; 2)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+8}{1}$ и перпендикулярно плоскости $2x + y + 2z + 3 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 6; 6)$, $B(12; 1; 14)$, $C(11; 3; 11)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 7x - y + z + 1 = 0 \\ -10x + y - 2z - 6 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(5; 4; 5)$ относительно плоскости $3x + 5y + 2z = 26$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : -7x + 4y + z = -5$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; -3)$, $B(-7; 20)$ и $C(4; -7)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро CC_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 3; 3)$, $\mathbf{b}(1; -2; -1)$, $\mathbf{c}(-2; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 1; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; -1; -3)$, $\mathbf{b}(-8; -3; 5)$, $\mathbf{c}(7; 1; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 2; 6)$, $B(12; 1; 9)$, $C(13; 1; 10)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P . $P(-4; 5; -18)$, $Q(0; 6; -8)$, $R(4; 7; -10)$, $S(7; 8; 1)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; 5; -8)$, $B(-7; 4; -8)$, $C(-10; 9; -7)$, и найти расстояние от точки $S(-2; -6; -6)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; -10; -7)$ параллельно плоскости $-7x + y - 2z - 6 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+4}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 2; 8)$, $B(2; 0; 8)$, $C(2; -1; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 2z + 28 = 0 \\ x + 2y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(1; -1; 1)$ относительно плоскости $-7x + 2y - z - 17 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 3y - 2z = -11$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; 1)$, $B(24; 4)$ и $C(-3; 7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро DC в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -4; 2)$, $\mathbf{b}(-1; -2; 4)$, $\mathbf{c}(-3; 3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(9; -1; -9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 5\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(2; 1; 2)$, $\mathbf{b}(5; -3; 3)$, $\mathbf{c}(-2; 1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 3; 6)$, $B(13; 4; 4)$, $C(4; 4; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(-1; -6; -2)$, $B(1; -5; -1)$, $C(4; 1; -3)$, $D(5; 0; -2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5; -6; 8)$, $B(0; -5; 9)$, $C(-1; -5; 10)$, и найти расстояние от точки $S(7; -4; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -7; 4)$ перпендикулярно плоскостям $2x - y - 7z - 7 = 0$ и $-x + y + 4z = -3$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 5; 3)$, $B(-6; 3; 0)$, $C(5; 6; 5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 6x + y + 9 = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(9; 25; -19)$ на плоскость $-5x - 9y + 9z - 120 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + y - 3z + 10 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -3)$, $B(-2; 4)$ и $C(-11; 5)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро AA_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -4; -1)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 1)$, $\mathbf{c}(-6; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; 3; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(4; -6; -5)$, $\mathbf{b}(-1; 1; 2)$, $\mathbf{c}(4; -1; -10)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 4; 3)$, $B(-2; 11; 11)$, $C(-1; 9; 10)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(8; 0; 7)$, $B(13; -2; 5)$, $D(4; -5; 6)$, $E(8; 3; 8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5; -4; -9)$, $B(6; -6; -8)$, $C(9; -9; -7)$, и найти расстояние от точки $S(0; 7; 1)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; -2; -9)$ параллельно прямым $\frac{x-5}{-9} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{5}$ и $\frac{x+4}{-5} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-6}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 2; 2)$, $B(3; 1; 1)$, $C(2; 0; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + 2z + 5 = 0 \\ x + 2y + 5z + 16 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-14; 17; -8)$ относительно плоскости $-7x + 9y - 4z = 64$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 8y - z = 6$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; 3)$, $B(-4; 18)$ и $C(-23; 11)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро AD в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -3; 1)$, $\mathbf{b}(-3; 5; -1)$, $\mathbf{c}(-3; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 9; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-7; 3; -10)$, $\mathbf{b}(-1; -1; -5)$, $\mathbf{c}(1; 2; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 1; 2)$, $B(9; 2; 1)$, $C(12; 2; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(9; 6; -9)$, $B(8; 2; -9)$, $D(10; 16; -7)$, $A_1(11; -3; -14)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; 10; -8)$, $B(-3; 6; -13)$, $C(7; 13; -6)$, и найти расстояние от точки $S(6; 8; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-8; -1; -10)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+6}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 7y - z = -3$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 7; 7)$, $B(5; 3; 12)$, $C(5; 2; 13)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 5y - 3z - 23 = 0 \\ 2x + 2y - z + 5 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(23; -21; -5)$ на плоскость $6x - 7y - z + 54 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : 5x - 4y + 4z - 3 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; -2)$, $B(-23; 29)$ и $C(16; 2)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро BC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; 0)$, $\mathbf{b}(4; 2; 3)$, $\mathbf{c}(-2; 0; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -1; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(1; -1; -2)$, $\mathbf{b}(-4; -2; 5)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 6; 2)$, $B(10; 8; 5)$, $C(8; 7; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(9; 9; 9)$, $B(11; 13; 2)$, $D(11; 12; 2)$, $E(10; 10; 5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0; 2; -7)$, $B(-1; 0; -8)$, $C(2; 5; -4)$, $S(1; 8; 2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; -3; 9)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{-1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-5}{-1}$ и $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 2; 5)$, $B(6; 7; 12)$, $C(5; 5; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 3y - z - 3 = 0 \\ -x - 7y + 2z + 10 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(16; 23; 22)$ на плоскость $-7x - 6y - 9z - 50 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{1} = \frac{y-8}{-4} = \frac{z+4}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y - z + 13 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -5)$, $B(-9; -25)$ и $C(-11; -11)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(0; -1; 2)$, $\mathbf{b}(1; -3; 0)$, $\mathbf{c}(-2; 4; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 7; -8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-8; 9; 3)$, $\mathbf{b}(3; -1; -1)$, $\mathbf{c}(4; -3; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 5; 1)$, $B(5; 10; -1)$, $C(-2; -2; 4)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(1; 4; 9)$, $B(0; 1; 11)$, $D(-1; 10; 2)$, $A_1(3; 11; 4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 5; 10)$, $B(2; 4; 11)$, $C(4; 3; 11)$, и найти расстояние от точки $S(3; -2; 7)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5; 1; 2)$ параллельно плоскости $-4x + 3y + z + 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{-1} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+3}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 3; 0)$, $B(3; 4; 0)$, $C(5; 1; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 2y + z + 2 = 0 \\ 4x + 3y + 2z - 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(1; 9; -3)$ на плоскость $2x - 2y + z + 1 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{2} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z = 13$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; -5)$, $B(-3; 6)$ и $C(-9; -1)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро CC_1 в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 2; -1)$, $\mathbf{b}(2; 3; -4)$, $\mathbf{c}(-3; 3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 8; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; -2; 6)$, $\mathbf{b}(4; 3; -7)$, $\mathbf{c}(1; -1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 2; 2)$, $B(0; 5; 7)$, $C(-2; 6; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-3; -5; -9)$, $B(-12; -8; -7)$, $D(-7; -6; -8)$, $A_1(5; -1; -10)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; 6; -7)$, $B(3; 2; -7)$, $C(0; 9; -6)$, и найти расстояние от точки $S(3; -6; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-8; -9; 4)$ перпендикулярно плоскостям $3x - y = 0$ и $2x - 2y - z - 1 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 6; 6)$, $B(7; 4; 6)$, $C(7; 5; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 4y + 2 = 0 \\ -x + 7y - z - 14 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-35; 3; -7)$ на плоскость $-9x + 3y - 4z = 34$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-4} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+5}{2}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + z + 11 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; -1)$, $B(-16; -6)$ и $C(-5; -13)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро D_1C_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; 2; -3)$, $\mathbf{b}(-5; -1; 2)$, $\mathbf{c}(6; 2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 8; -10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-4; -2; 1)$, $\mathbf{b}(-3; 2; -3)$, $\mathbf{c}(1; -1; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 9; 7)$, $B(9; 18; 3)$, $C(4; 11; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(6; 6; 6)$, $Q(4; 6; 7)$, $R(3; 5; 8)$, $S(16; 4; 11)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 5; -4)$, $B(1; 0; -3)$, $C(-2; 6; -5)$, и найти расстояние от точки $S(-1; -8; 2)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4; -2; -10)$ параллельно плоскости $-4x + y = 2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{-1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 4; 4)$, $B(14; 6; 1)$, $C(6; 3; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 5y + 2z + 13 = 0 \\ -x + 7y - z - 12 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-10; 1; -2)$ относительно плоскости $9x + 2y + z = 39$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x - 4y - z = 14$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; 2)$, $B(18; 4)$ и $C(0; 6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро BC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 3; -5)$, $\mathbf{b}(3; 0; 5)$, $\mathbf{c}(3; -1; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; -1; 9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(0; -1; 0)$, $\mathbf{b}(1; -1; 1)$, $\mathbf{c}(-2; 1; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 4; 6)$, $B(1; 10; 5)$, $C(2; 5; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(-8; 0; 9)$, $A_2(-9; -4; 9)$, $A_3(-9; 1; 13)$, $A_4(-10; -1; 14)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 9; 7)$, $B(-5; 6; 14)$, $C(2; 10; 6)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 1; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-7; -5; -5)$ параллельно плоскости $x - 5y + z - 3 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-6}{1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-3}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 8; 5)$, $B(0; 9; 4)$, $C(8; 0; 11)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ -2x - y + z - 15 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-1; -16; 0)$ на плоскость $2x + 5y - 2z = 17$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y-6}{6} = \frac{z-8}{3}$ и плоскостью $\pi : x - y + z + 13 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; 0)$, $B(-3; 28)$ и $C(-11; 12)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 3; 2)$, $\mathbf{b}(6; -4; -3)$, $\mathbf{c}(5; -3; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; -2; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; 1; 1)$, $\mathbf{b}(5; 3; 4)$, $\mathbf{c}(0; 2; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 2; 8)$, $B(1; 9; 8)$, $C(-1; -2; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C . $A(6; -7; 2)$, $B(4; -12; 11)$, $C(6; -5; 3)$, $D(5; -16; 7)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7; -9; -9)$, $B(6; -8; -10)$, $C(12; -12; -5)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 0; 7)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-7; -5; -2)$ параллельно плоскости $-5x + 2y + 6z - 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 4; 1)$, $B(1; 5; -4)$, $C(8; 3; 5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - y + 4z + 14 = 0 \\ 7x - 2y + 9z + 29 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(6; 8; 11)$ относительно плоскости $-3x - 5y - 4z = 23$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{3} = \frac{y+3}{7} = \frac{z+1}{2}$ и плоскостью $\pi : x + y - z - 7 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; -4)$, $B(-29; -8)$ и $C(3; 0)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -1; -2)$, $\mathbf{b}(2; 0; -3)$, $\mathbf{c}(-1; 2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 3; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 5\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; -3; -6)$, $\mathbf{b}(-2; 2; 3)$, $\mathbf{c}(5; -1; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 2; 6)$, $B(6; 1; 5)$, $C(13; 3; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-2; 7; 9)$, $A_2(3; 10; 7)$, $A_4(2; 6; 6)$, $B_1(-11; 8; 15)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; -2; -6)$, $B(10; 0; -5)$, $C(13; 1; -4)$, $S(-8; 3; 4)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; -1; 7)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+8}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 5y + z = -5$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 0; 4)$, $B(7; -4; 9)$, $C(7; -5; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - z + 6 = 0 \\ x + y + 2z + 11 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти проекцию точки $M(-32; -10; 9)$ на плоскость $-7x - 5y + 2z + 20 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{3} = \frac{y-8}{-4} = \frac{z+4}{6}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = 11$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 1)$, $B(-4; -6)$ и $C(-13; -7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -4; -5)$, $\mathbf{b}(2; 2; 1)$, $\mathbf{c}(1; -5; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; 2; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 9\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; -7; 5)$, $\mathbf{b}(3; 3; -2)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 2; 6)$, $B(5; 3; 0)$, $C(4; 3; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(3; 5; -9)$, $A_2(4; 0; -4)$, $A_4(5; 7; -12)$, $B_1(5; 3; -8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7; -1; 9)$, $B(6; -9; 11)$, $C(6; -4; 10)$, и найти расстояние от точки $S(2; 7; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 4; -7)$ параллельно прямым $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-1}{-1}$ и $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 5; 1)$, $B(6; 4; -6)$, $C(-1; 6; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x - 9y - 5z - 8 = 0 \\ -x + 5y + 2z + 1 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(9; -10; 2)$ относительно плоскости $3x - 4y + z - 4 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{2} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y + 5z + 2 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; -4)$, $B(2; -15)$ и $C(-4; -8)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 5; 4)$, $\mathbf{b}(-1; -3; -2)$, $\mathbf{c}(1; 4; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; -7; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 8\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(2; -2; 3)$, $\mathbf{b}(-2; -3; 6)$, $\mathbf{c}(2; -1; -12)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 9; 3)$, $B(12; 14; 6)$, $C(-1; 6; 2)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(8; -14; 8)$, $A_2(9; -9; 9)$, $A_3(6; -9; 7)$, $A_4(8; -2; 8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; -2; -6)$, $B(-4; -3; -7)$, $C(-7; 5; -3)$, и найти расстояние от точки $S(-6; 1; 4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -8; -3)$ параллельно прямым $\frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-6}{-1}$ и $\frac{x+6}{2} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 5; 2)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 1; -1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 5y + 3z - 23 = 0 \\ -x - y - z + 6 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(12; -24; 1)$ на плоскость $x - 5y - 3z = 24$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-3}{3}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z = -7$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -4)$, $B(-20; -3)$ и $C(6; -16)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро DD_1 в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 0; 2)$, $\mathbf{b}(-1; 3; -1)$, $\mathbf{c}(3; -1; -6)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -2; 9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 5\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-3; -2; -2)$, $\mathbf{b}(-9; 1; 0)$, $\mathbf{c}(6; 4; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 8; 7)$, $B(2; 6; 6)$, $C(2; 11; 7)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(-4; -4; 3)$, $Q(-11; -2; 11)$, $R(-3; -4; 1)$, $S(-7; -5; 6)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; -10; -2)$, $B(-2; -9; -2)$, $C(-3; -9; -1)$, и найти расстояние от точки $S(8; 6; -3)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(0; 5; 4)$ параллельно плоскости $-9x + 2y - z + 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{-5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 9; 2)$, $B(1; 8; 3)$, $C(6; 12; -3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ -4x - 2y + z - 25 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(17; -1; -9)$ на плоскость $3x + y - z = 15$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-5}$ и плоскостью $\pi : x - 2y - z = -3$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 0)$, $B(-14; 13)$ и $C(-9; -12)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро DC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; 4; 5)$, $\mathbf{b}(3; 4; 3)$, $\mathbf{c}(2; 1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; -4; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-4; 6; 3)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 2)$, $\mathbf{c}(0; -7; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 4; 6)$, $B(-2; 5; 7)$, $C(7; 3; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(3; 8; -8)$, $B(1; 11; -12)$, $D(2; 6; -1)$, $E(0; 14; -18)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8; -1; 10)$, $B(7; 4; 12)$, $C(7; 3; 11)$, и найти расстояние от точки $S(-4; -2; 8)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-8; 4; -2)$ параллельно плоскости $x + y - 3z - 8 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{-2} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z-2}{10}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 1; 0)$, $B(11; 0; -5)$, $C(8; 2; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x - 2y + z - 29 = 0 \\ -4x - y - z - 23 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(21; 10; 27)$ на плоскость $-6x - 4y - 5z = 7$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x - y - z - 3 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -2)$, $B(7; -22)$ и $C(-1; 2)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .