

**Вариант 0.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DC$ , а  $M$  делит ребро  $AA_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; 5; -3)$ ,  $\mathbf{b}(2; 1; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -2; 0)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(0; -8; 2)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -9\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 4\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(3; 3; -4)$ ,  $\mathbf{b}(-1; -2; 2)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 5; -1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 2; 2)$ ,  $B(5; 3; 1)$ ,  $C(8; 3; 2)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $PQR$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $S$ .  $P(0; -1; 0)$ ,  $Q(7; 1; 2)$ ,  $R(7; -5; -1)$ ,  $S(-6; -4; -2)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2; -10; 1)$ ,  $B(8; -7; 2)$ ,  $C(-5; -14; 0)$ , и найти расстояние от точки  $S(2; 6; -2)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-3; -3; -1)$  перпендикулярно плоскостям  $5x - 7y - 4z = 2$  и  $-2x + 3y + 3z = 4$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(2; 8; 7)$ ,  $B(0; 7; 8)$ ,  $C(-7; 3; 11)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z - 25 = 0 \\ x + y - 2z - 16 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(6; 10; -5)$  на плоскость  $-5x - 9y + 6z - 134 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{2}$  и плоскостью  $\pi : -x - y + 5z = -11$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(2; 3)$ ,  $B(0; -11)$  и  $C(-6; 11)$ . Требуется:
  - (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;
  - (б) найти длину медианы  $BD$ ;
  - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;
  - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;
  - (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);
  - (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 1.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $B_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $AA_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-5; -5; -2)$ ,  $\mathbf{b}(2; 2; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -2; 0)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-10; -8; -5)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(4; -5; 7)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 3; -4)$ ,  $\mathbf{c}(-11; 12; -23)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(7; 1; 8)$ ,  $B(5; 7; 11)$ ,  $C(6; 0; 9)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_4$ .  $A_1(-3; 0; 5)$ ,  $A_2(0; -1; 14)$ ,  $A_3(-7; 3; 7)$ ,  $A_4(-6; 2; 8)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-5; -4; -7)$ ,  $B(-4; -11; -7)$ ,  $C(-4; -3; -6)$ , и найти расстояние от точки  $S(-3; 3; 2)$  до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-4; 1; -2)$  параллельно плоскости  $x + y + 2z = 2$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x+4}{6} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-2}{3}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(1; 1; 4)$ ,  $B(-8; 6; 8)$ ,  $C(8; -3; 1)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} -x + 4y - 2z + 14 = 0 \\ 3x - 7y + 5z - 1 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(4; 1; 6)$  на плоскость  $4x + 5y + 8z = -141$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z}{-2}$  и плоскостью  $\pi : -2x - y + z = -10$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(1; -4)$ ,  $B(18; 3)$  и  $C(13; -16)$ . Требуется:
  - (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;
  - (б) найти длину медианы  $BD$ ;
  - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;
  - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;
  - (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);
  - (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 2.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BB_1$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 D_1$  в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; -2; -3)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -1; 2)$ ,  $\mathbf{c}(5; 1; -4)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-7; -7; -8)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -6\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(20; -13; -2)$ ,  $\mathbf{b}(2; -1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(-6; 4; 1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(1; 2; 2)$ ,  $B(-3; 0; 1)$ ,  $C(0; 3; 2)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $ABD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $C$ .  $A(-9; -1; 5)$ ,  $B(-8; -8; 9)$ ,  $C(-6; -4; 6)$ ,  $D(-4; -6; 7)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(8; -9; 6)$ ,  $B(13; -7; 7)$ ,  $C(7; -10; 6)$ ,  $S(3; 1; -2)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-9; 0; 4)$  параллельно плоскости  $2x - 6y - z + 6 = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x+4}{-1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-5}{1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(5; 1; 0)$ ,  $B(3; 4; 5)$ ,  $C(8; -4; -8)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} x + 5y - z + 17 = 0 \\ -x - 3y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(19; 16; -9)$  относительно плоскости  $9x + 5y - 2z + 6 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-6}{1}$  и плоскостью  $\pi : x - 2y + z + 5 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(3; 0)$ ,  $B(13; -20)$  и  $C(15; -6)$ . Требуется:  
 (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 3.**

- В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $B_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $DD_1$  в отношении 3 : 1.
- Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-6; 1; -5)$ ,  $\mathbf{b}(4; 0; 3)$ ,  $\mathbf{c}(3; -2; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(8; -7; 7)$  по этим векторам.
- Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
- Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-2; 4; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 3; 2)$ ,  $\mathbf{c}(2; 0; -3)$ .
- Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(8; 0; 4)$ ,  $B(6; -2; 5)$ ,  $C(5; -7; 5)$ .
- Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
- Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $PQR$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $S$ .  $P(5; 3; 4)$ ,  $Q(4; 8; -6)$ ,  $R(7; -4; 0)$ ,  $S(5; 4; 1)$ .
- Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(9; 8; -6)$ ,  $B(11; 11; -4)$ ,  $C(8; 7; -9)$ ,  $S(2; -4; 1)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
- Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-9; 9; -10)$  параллельно прямым  $\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{0}$  и  $\frac{x+3}{-1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+8}{1}$ .
- Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(4; 4; 3)$ ,  $B(9; 2; 10)$ ,  $C(7; 3; 7)$ .
- Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} x + y - z + 8 = 0 \\ x - 4y - 30 = 0 \end{cases}.$$
- Найти проекцию точки  $M(12; -27; -4)$  на плоскость  $9x - 9y + 2z = 11$ .
- Найти угол между прямой  $l : \frac{x+2}{-1} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z+8}{-2}$  и плоскостью  $\pi : -5x - 2y - z = 1$ .
- На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-3; -5)$ ,  $B(10; 4)$  и  $C(-9; -3)$ . Требуется:  
(а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 4.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; -2; -2)$ ,  $\mathbf{b}(6; 5; -1)$ ,  $\mathbf{c}(2; 1; -1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; -7; -9)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-7; 2; 1)$ ,  $\mathbf{b}(7; 5; 4)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -1; -4)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(0; 3; 8)$ ,  $B(1; 4; 4)$ ,  $C(1; 5; 5)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $PQS$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $R$ .  $P(7; 1; 6)$ ,  $Q(7; 9; -1)$ ,  $R(5; 1; 11)$ ,  $S(6; 0; 9)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1; 7; -2)$ ,  $B(4; 8; -1)$ ,  $C(-1; 8; 0)$ , и найти расстояние от точки  $S(0; 0; 3)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(10; 3; 2)$  перпендикулярно плоскостям  $x + 3y - 4z = -6$  и  $-3x - 2y + 3z - 4 = 0$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(6; 6; 5)$ ,  $B(8; 3; 0)$ ,  $C(5; 8; 8)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} -x - 3y + z + 5 = 0 \\ -x + 4y - 6 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-13; -14; -16)$  относительно плоскости  $5x + 6y + 7z = 14$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+3}{1} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z-7}{1}$  и плоскостью  $\pi : -3x + 3y + 2z = -14$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-1; 2)$ ,  $B(-5; -26)$  и  $C(7; -6)$ . Требуется:
  - (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;
  - (б) найти длину медианы  $BD$ ;
  - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;
  - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;
  - (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);
  - (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 5.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AB$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(3; 1; -2)$ ,  $\mathbf{b}(3; 0; -4)$ ,  $\mathbf{c}(4; 2; -1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-8; -9; -8)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(1; 1; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 2; -5)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 0; -8)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(3; 0; 8)$ ,  $B(2; -4; 6)$ ,  $C(1; -9; 3)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $PQR$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $S$ .  $P(1; 6; 6)$ ,  $Q(-1; 16; 1)$ ,  $R(1; 4; 5)$ ,  $S(0; 1; 3)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-2; -6; 10)$ ,  $B(4; -3; 12)$ ,  $C(-9; -8; 9)$ , и найти расстояние от точки  $S(-7; -3; -2)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-3; 5; 9)$  перпендикулярно плоскостям  $-x - 3y + 3z - 4 = 0$  и  $x + 2y + z = 3$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(8; 6; 1)$ ,  $B(7; 13; -7)$ ,  $C(7; 12; -6)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} 2x + 3y + 9z - 29 = 0 \\ -x - y - 2z + 9 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(30; 38; -4)$  на плоскость  $-9x - 7y + 3z - 8 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z}{2}$  и плоскостью  $\pi : -2x + 3y - 3z - 14 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(0; 0)$ ,  $B(-6; -17)$  и  $C(-4; 6)$ . Требуется:
  - (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;
  - (б) найти длину медианы  $BD$ ;
  - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;
  - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;
  - (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);
  - (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 6.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; -4; 2)$ ,  $\mathbf{b}(0; 3; -2)$ ,  $\mathbf{c}(3; 3; -1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(10; -5; 6)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 8\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 6\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(7; 5; 0)$ ,  $\mathbf{b}(-4; 2; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 1; 2)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(3; 8; 7)$ ,  $B(4; 15; 8)$ ,  $C(2; 11; 7)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(-8; 7; -2)$ ,  $B(-9; 9; -3)$ ,  $D(-11; 12; -5)$ ,  $E(-8; 8; -4)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-5; 6; -1)$ ,  $B(-6; 10; 4)$ ,  $C(-6; 9; 5)$ , и найти расстояние от точки  $S(8; -6; 4)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(3; 2; 9)$  параллельно прямым  $\frac{x-5}{-5} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{1}$  и  $\frac{x+7}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+7}{0}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(8; 0; 0)$ ,  $B(6; -5; 9)$ ,  $C(9; 2; -4)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} x - 3y + z - 20 = 0 \\ -2x + y - z + 14 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(5; -1; 9)$  относительно плоскости  $-4x - y - 9z = -51$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-3}{1}$  и плоскостью  $\pi : 3x + y - 6z = -12$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(0; 4)$ ,  $B(28; 8)$  и  $C(-4; 0)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 7.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $D_1 C_1$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(0; -1; 3)$ ,  $\mathbf{b}(3; 5; -3)$ ,  $\mathbf{c}(1; -1; 5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-6; -6; 0)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(1; 1; -2)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 2; 4)$ ,  $\mathbf{c}(5; 0; -7)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(1; 9; 9)$ ,  $B(3; 10; 13)$ ,  $C(-2; 7; 2)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $QRS$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $P$ .  $P(7; 1; -7)$ ,  $Q(7; 6; -6)$ ,  $R(4; 11; -14)$ ,  $S(6; 8; -9)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-5; -6; -8)$ ,  $B(-3; -7; -9)$ ,  $C(-8; -2; -6)$ ,  $S(-4; -2; 1)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-4; 7; 2)$  параллельно плоскости  $4x + y - 2z - 4 = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+6}{-1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(0; 0; 9)$ ,  $B(4; -7; 12)$ ,  $C(-5; 9; 5)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} 4x + 3y + 2z + 23 = 0 \\ 3x + y + z + 14 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-16; 5; 12)$  относительно плоскости  $8x - y - 5z - 32 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-8}{2}$  и плоскостью  $\pi : 2x - 2y + z + 9 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(3; 2)$ ,  $B(16; 11)$  и  $C(-1; -10)$ . Требуется:  
 (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .



**Вариант 8.**

- В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 B_1$ , а  $M$  делит ребро  $AD$  в отношении 3 : 1.
- Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; -2; 1)$ ,  $\mathbf{b}(1; 5; 2)$ ,  $\mathbf{c}(2; 4; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-4; -1; 2)$  по этим векторам.
- Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 8\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
- Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-5; -3; 2)$ ,  $\mathbf{b}(4; 2; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-7; -3; 5)$ .
- Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(1; 6; 7)$ ,  $B(0; 8; 8)$ ,  $C(0; 7; 4)$ .
- Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
- Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_3$ .  $A_1(1; 0; -8)$ ,  $A_2(0; -1; -5)$ ,  $A_3(3; 1; -12)$ ,  $A_4(4; 4; -13)$ .
- Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-3; 7; -10)$ ,  $B(6; 9; -13)$ ,  $C(2; 8; -11)$ ,  $S(8; 1; 0)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
- Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(3; -7; 2)$  параллельно прямой  $\frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{2}$  и перпендикулярно плоскости  $3x - 2y + z = -4$ .
- Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(4; 1; 5)$ ,  $B(-6; 8; 8)$ ,  $C(11; -4; 3)$ .
- Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} 5x - 5y - z + 7 = 0 \\ -4x + 2y + z - 11 = 0 \end{cases}$$
- Найти проекцию точки  $M(22; -16; -4)$  на плоскость  $9x - 6y + z + 64 = 0$ .
- Найти угол между прямой  $l : \frac{x+5}{2} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z+2}{1}$  и плоскостью  $\pi : 2x + 3y - z + 4 = 0$ .
- На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-1; -2)$ ,  $B(-4; 19)$  и  $C(11; -14)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 9.**

- В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BB_1$ , а  $M$  делит ребро  $AD$  в отношении 1 : 2.
- Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; 3; -1)$ ,  $\mathbf{b}(3; -3; 1)$ ,  $\mathbf{c}(3; -5; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-4; 5; -3)$  по этим векторам.
- Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
- Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-4; -3; -2)$ ,  $\mathbf{b}(3; 4; -2)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -4; -1)$ .
- Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 3; 3)$ ,  $B(10; 2; 6)$ ,  $C(12; 1; 11)$ .
- Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
- Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $ABD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $C$ .  $A(-2; 3; 0)$ ,  $B(-3; 4; -2)$ ,  $C(3; 5; 7)$ ,  $D(-7; 0; -7)$ .
- Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(6; 7; 4)$ ,  $B(12; 6; 2)$ ,  $C(5; 8; 5)$ ,  $S(8; 6; 4)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
- Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(0; 2; 9)$  параллельно плоскости  $5x + 2y - z = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-6}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{0}$ .
- Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(7; 6; 2)$ ,  $B(4; 4; 7)$ ,  $C(3; 3; 9)$ .
- Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -x + 5y + 3 = 0 \\ -2x + 2y - z + 8 = 0 \end{cases}.$$
- Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(9; 2; -3)$  относительно плоскости  $9x + 7y - 6z = 30$ .
- Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{1} = \frac{y-6}{-6} = \frac{z-7}{1}$  и плоскостью  $\pi : -x - y + z + 2 = 0$ .
- На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(1; -2)$ ,  $B(-20; -5)$  и  $C(7; 4)$ . Требуется:  
 (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 10.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DC$ , а  $M$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; 5; -1)$ ,  $\mathbf{b}(3; -1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(2; -6; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(4; 0; -4)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-4; 2; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-4; 1; 3)$ ,  $\mathbf{c}(0; 1; 0)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(2; 5; 6)$ ,  $B(1; 7; -1)$ ,  $C(3; 2; 15)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_1$ .  $A(-2; 6; 5)$ ,  $B(-1; 5; 7)$ ,  $D(-4; 9; 1)$ ,  $A_1(1; 7; 6)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-8; 6; 5)$ ,  $B(-6; 7; 4)$ ,  $C(-5; 11; 4)$ ,  $S(-7; 0; 1)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(4; 6; 3)$  параллельно прямым  $\frac{x+5}{7} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+4}{1}$  и  $\frac{x+1}{8} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+3}{1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(6; 0; 2)$ ,  $B(4; -1; -1)$ ,  $C(5; -1; 0)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ -2x + 7y + z + 25 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-9; -22; 14)$  относительно плоскости  $-4x - 7y + 7z = 3$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{-3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$  и плоскостью  $\pi : -3x + y + 2z - 2 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-2; 3)$ ,  $B(-4; 14)$  и  $C(10; 27)$ . Требуется:  
 (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 11.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DC$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 D_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(2; 5; -1)$ ,  $\mathbf{b}(0; 3; -4)$ ,  $\mathbf{c}(1; 1; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(2; -1; 8)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-1; -1; -4)$ ,  $\mathbf{b}(7; 3; 5)$ ,  $\mathbf{c}(3; 2; 3)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(6; 7; 4)$ ,  $B(5; 1; 6)$ ,  $C(5; 8; 5)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_4$ .  $A_1(-5; -4; 1)$ ,  $A_2(-13; 1; 5)$ ,  $A_3(-6; -13; 1)$ ,  $A_4(-6; 4; 2)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-1; -1; 6)$ ,  $B(3; 0; 5)$ ,  $C(-4; -3; 9)$ , и найти расстояние от точки  $S(-4; -4; -2)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(6; 2; 8)$  параллельно прямой  $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-4}{-1}$  и перпендикулярно плоскости  $-2x - y + 3z - 3 = 0$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(9; 9; 9)$ ,  $B(10; 10; 12)$ ,  $C(10; 11; 14)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} -x + y + z + 2 = 0 \\ -2x - 5y + z + 17 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки  $M(-25; 21; -1)$  на плоскость  $-10x + 9y - 3z + 128 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-6}{1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z}{-1}$  и плоскостью  $\pi : 2x - 2y + 4z = 9$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-2; 4)$ ,  $B(-6; 26)$  и  $C(-10; 8)$ . Требуется:
  - (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;
  - (б) найти длину медианы  $BD$ ;
  - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;
  - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;
  - (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);
  - (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 12.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 D_1$ , а  $M$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; -4; 4)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 3; 0)$ ,  $\mathbf{c}(2; 3; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-7; -4; 7)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 5\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-3; -1; 4)$ ,  $\mathbf{b}(1; 3; -3)$ ,  $\mathbf{c}(4; -6; 3)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 1; 8)$ ,  $B(0; 0; 8)$ ,  $C(13; 2; 7)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_2$ .  $A_1(7; -5; -2)$ ,  $A_2(5; 2; 4)$ ,  $A_3(7; -3; -3)$ ,  $A_4(6; -15; 4)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-8; -5; 7)$ ,  $B(-7; -7; 8)$ ,  $C(-10; -8; 6)$ ,  $S(0; 0; 4)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(3; -8; -6)$  параллельно прямой  $\frac{x}{-5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{-1}$  и перпендикулярно плоскости  $-7x + y = 0$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(7; 5; 8)$ ,  $B(8; 2; 4)$ ,  $C(8; 3; 5)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} 2x - 5y - z - 17 = 0 \\ x - y - 6 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(3; 32; -16)$  на плоскость  $-x + 9y - 5z + 63 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-8}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-4}{5}$  и плоскостью  $\pi : -x - 2y - z - 4 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(1; -5)$ ,  $B(-20; -8)$  и  $C(-11; 7)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 13.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $CC_1$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 D_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; -2; -1)$ ,  $\mathbf{b}(3; -1; 2)$ ,  $\mathbf{c}(4; 1; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(8; 3; 4)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -5\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(5; 3; 6)$ ,  $\mathbf{b}(3; -2; -11)$ ,  $\mathbf{c}(2; 2; 5)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(1; 0; 4)$ ,  $B(0; 1; -1)$ ,  $C(-1; 1; 0)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(5; -8; 3)$ ,  $B(0; -10; 6)$ ,  $D(11; -7; 8)$ ,  $E(6; -7; -1)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(3; -9; -10)$ ,  $B(4; -7; -11)$ ,  $C(1; -10; -9)$ , и найти расстояние от точки  $S(-1; -1; 1)$  до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-1; 6; 4)$  параллельно плоскости  $x + 2y - 3z = -2$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-3}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{4}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(9; 7; 9)$ ,  $B(8; 16; -1)$ ,  $C(8; 15; 0)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} -7x + 5y + 2z + 7 = 0 \\ 4x - 3y - z - 4 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(0; 12; -23)$  относительно плоскости  $x - 6y + 9z - 16 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-7}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+2}{1}$  и плоскостью  $\pi : -5x - 4y - 3z = -9$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-3; -5)$ ,  $B(-9; -22)$  и  $C(-7; 1)$ . Требуется:
  - (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;
  - (б) найти длину медианы  $BD$ ;
  - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;
  - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;
  - (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);
  - (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 14.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 B_1$ , а  $M$  делит ребро  $AD$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; -2; 0)$ ,  $\mathbf{b}(1; 2; 2)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -3; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-5; -8; -6)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 5\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-7; -4; -5)$ ,  $\mathbf{b}(-5; -1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(23; 15; 16)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(3; 6; 7)$ ,  $B(4; 5; 6)$ ,  $C(12; 4; 4)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_3$ .  $A_1(4; 9; 0)$ ,  $A_2(4; 10; 2)$ ,  $A_3(3; 11; 3)$ ,  $A_4(14; 12; 4)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-2; 7; 8)$ ,  $B(1; 8; 9)$ ,  $C(-3; 6; 8)$ ,  $S(4; -3; 3)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-3; -1; -6)$  параллельно прямым  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{-7} = \frac{z-6}{0}$  и  $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{10} = \frac{z+3}{1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 5; 4)$ ,  $B(-1; 6; 13)$ ,  $C(6; 4; -3)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -3x + y - 11 = 0 \\ -5x + y + z - 15 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-11; -2; -11)$  относительно плоскости  $6x - y + 7z + 12 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{2} = \frac{y+6}{3} = \frac{z+7}{-2}$  и плоскостью  $\pi : x - y - 3z = -12$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-4; -4)$ ,  $B(-25; -1)$  и  $C(2; 2)$ . Требуется:  
 (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 15.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 B_1$ , а  $M$  делит ребро  $AD$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(1; 3; 2)$ ,  $\mathbf{b}(2; 5; 3)$ ,  $\mathbf{c}(2; 3; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(0; 4; 8)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 8\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(3; -4; -6)$ ,  $\mathbf{b}(1; 2; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -1; 5)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(7; 6; 3)$ ,  $B(16; 9; 5)$ ,  $C(11; 7; 4)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $BCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A$ .  $A(-5; 5; 4)$ ,  $B(-6; 3; 3)$ ,  $C(-8; 4; 3)$ ,  $D(2; 5; 6)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2; 6; -1)$ ,  $B(1; 7; 4)$ ,  $C(3; 4; -10)$ , и найти расстояние от точки  $S(-3; -6; 5)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-5; 6; -2)$  параллельно прямым  $\frac{x+5}{7} = \frac{y+7}{5} = \frac{z+5}{-8}$  и  $\frac{x+2}{-5} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 4; 6)$ ,  $B(-2; 7; 13)$ ,  $C(6; 2; 2)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} 9x - y + 2z - 11 = 0 \\ 8x - y + z - 8 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(-5; -22; -29)$  на плоскость  $-4x - 9y - 8z = -33$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+5}{1}$  и плоскостью  $\pi : -3x - 5y + 5z = -13$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-4; -4)$ ,  $B(13; 2)$  и  $C(-12; -16)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .



**Вариант 16.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BB_1$ , а  $M$  делит ребро  $D_1 C_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; -6; -5)$ ,  $\mathbf{b}(-1; -5; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -3; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(0; -1; -1)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(8; -5; -2)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 1; -5)$ ,  $\mathbf{c}(-4; 2; -1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 7; 4)$ ,  $B(10; 14; 4)$ ,  $C(10; 9; 5)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_2$ .  $A_1(-9; 3; 6)$ ,  $A_2(-7; -6; 9)$ ,  $A_3(-8; -1; 4)$ ,  $A_4(-8; -2; 5)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2; -6; -1)$ ,  $B(5; -5; -1)$ ,  $C(7; -4; 0)$ , и найти расстояние от точки  $S(0; 0; 6)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-10; 0; -9)$  параллельно прямой  $\frac{x-6}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{1}$  и перпендикулярно плоскости  $-5x + 7y + 4z + 6 = 0$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(0; 3; 1)$ ,  $B(-5; 2; -6)$ ,  $C(6; 4; 9)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x - 3y + z + 16 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(8; 0; -18)$  относительно плоскости  $7x - 9z - 23 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{-1}$  и плоскостью  $\pi : -x - 2y + 4z - 6 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(4; -3)$ ,  $B(19; 2)$  и  $C(-2; -1)$ . Требуется:
  - (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;
  - (б) найти длину медианы  $BD$ ;
  - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;
  - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;
  - (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);
  - (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 17.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $AD$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; 4; 2)$ ,  $\mathbf{b}(3; -3; -2)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 2; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(3; -5; -3)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-4; 3; 2)$ ,  $\mathbf{b}(1; -2; -4)$ ,  $\mathbf{c}(11; -10; -4)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(0; 2; 7)$ ,  $B(-1; 1; 12)$ ,  $C(2; 3; 0)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $PQR$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $S$ .  $P(5; 6; 0)$ ,  $Q(4; 8; -3)$ ,  $R(6; 3; 4)$ ,  $S(10; 13; -8)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-3; -5; 7)$ ,  $B(0; -9; 3)$ ,  $C(-5; 0; 10)$ ,  $S(-3; 6; 0)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(3; 10; -3)$  параллельно прямым  $\frac{x+5}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+8}{-1}$  и  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z+6}{1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(5; 5; 9)$ ,  $B(2; 3; 10)$ ,  $C(7; 6; 8)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} 8x - y + z - 3 = 0 \\ 3x - y - 8 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-4; 4; 4)$  относительно плоскости  $8x - 5y - 3z + 15 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-8}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{-1}$  и плоскостью  $\pi : 2x + 4y - 2z + 4 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(2; 1)$ ,  $B(8; 18)$  и  $C(-14; 25)$ . Требуется:  
 (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 18.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BB_1$ , а  $M$  делит ребро  $AD$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(4; -2; 3)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 3; -4)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-5; 7; -10)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-1; -2; -4)$ ,  $\mathbf{b}(-4; -2; -21)$ ,  $\mathbf{c}(2; 2; 5)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(1; 5; 0)$ ,  $B(-2; 6; 1)$ ,  $C(-1; 4; 0)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(-9; -4; -7)$ ,  $A_2(-10; 3; -9)$ ,  $A_4(-13; -7; -6)$ ,  $B_1(-4; -5; -7)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(9; -5; 0)$ ,  $B(11; 1; -1)$ ,  $C(6; -10; 2)$ , и найти расстояние от точки  $S(4; 7; -3)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(3; 2; -4)$  перпендикулярно плоскостям  $x + y + 3 = 0$  и  $-8x + y + z + 6 = 0$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(4; 0; 9)$ ,  $B(3; 2; 9)$ ,  $C(3; 1; 8)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} 2x - 9y - z + 1 = 0 \\ x - 4y + 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(7; 14; 13)$  на плоскость  $3x + 5y + 2z - 3 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-4}{-1}$  и плоскостью  $\pi : 2x + y + 5z - 2 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-3; -5)$ ,  $B(28; -22)$  и  $C(-15; -17)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 19.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $AA_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; 2; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 3; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 2; -2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(2; 0; 4)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(3; -2; -5)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 2; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -7; 3)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(0; 7; 4)$ ,  $B(-2; 10; 3)$ ,  $C(-3; 8; 2)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $BCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A$ .  $A(3; 0; -8)$ ,  $B(8; -5; -2)$ ,  $C(14; -10; 3)$ ,  $D(10; -4; -5)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(9; 3; -4)$ ,  $B(6; 2; -5)$ ,  $C(8; 2; -6)$ ,  $S(-6; 0; 3)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(2; 2; -9)$  параллельно плоскости  $-x + y + z + 2 = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-3}{4} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z-1}{0}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(4; 6; 5)$ ,  $B(1; 7; 9)$ ,  $C(6; 5; 2)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ -x + 6y + z - 23 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(3; -1; 1)$  относительно плоскости  $-4x - 7y - 9z - 59 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{3}$  и плоскостью  $\pi : -x + 3y + 2z = 6$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-2; 2)$ ,  $B(3; -8)$  и  $C(-6; 4)$ . Требуется:  
 (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 20.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $D_1 C_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; 3; -5)$ ,  $\mathbf{b}(2; 1; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-2; 5; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(3; -6; 2)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-4; 5; 4)$ ,  $\mathbf{b}(1; -1; -1)$ ,  $\mathbf{c}(9; -5; -4)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(5; 3; 5)$ ,  $B(2; -2; 7)$ ,  $C(3; 0; 6)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $BCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A$ .  $A(3; -1; -2)$ ,  $B(0; 3; 0)$ ,  $C(5; -2; -4)$ ,  $D(3; -5; -1)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-3; 4; 10)$ ,  $B(-4; 5; 10)$ ,  $C(3; 5; 11)$ ,  $S(-8; -3; 8)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(7; -10; -3)$  перпендикулярно плоскостям  $6x + y + 2z + 3 = 0$  и  $7x + y + 3z - 3 = 0$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(7; 6; 4)$ ,  $B(4; 2; -1)$ ,  $C(2; -1; -5)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -4x + 2y - z - 27 = 0 \\ 7x - y + z + 20 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки  $M(13; 7; 11)$  на плоскость  $3x + 3y + 4z - 36 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{4}$  и плоскостью  $\pi : x + y - 2z = 15$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-3; 0)$ ,  $B(11; 2)$  и  $C(1; -4)$ . Требуется:  
(а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 21.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DD_1$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 B_1$  в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; -2; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 5; 0)$ ,  $\mathbf{c}(-4; -3; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(7; -8; -2)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-4; -7; 2)$ ,  $\mathbf{b}(3; 2; 1)$ ,  $\mathbf{c}(3; 10; -2)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(1; 7; 6)$ ,  $B(0; 4; 10)$ ,  $C(2; 9; 1)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $BCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A$ .  $A(8; -16; 2)$ ,  $B(3; -7; -1)$ ,  $C(5; -11; 0)$ ,  $D(0; -15; -2)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(1; -3; -9)$ ,  $B(-1; -12; -8)$ ,  $C(0; -7; -9)$ ,  $S(-8; -6; -4)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-4; -10; 3)$  параллельно плоскости  $x + y + z = 9$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-6}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-4}{-2}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(2; 4; 0)$ ,  $B(0; 1; 1)$ ,  $C(-3; -4; 3)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} x + y + 3 = 0 \\ 4x - y + z - 27 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(12; 9; 17)$  на плоскость  $x + 3y + 5z = -16$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-8}{-6} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-1}{1}$  и плоскостью  $\pi : -x + y - z + 9 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(4; -2)$ ,  $B(-9; 7)$  и  $C(10; 0)$ . Требуется:  
(а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 22.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $CC_1$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 B_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(2; 0; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 2; -4)$ ,  $\mathbf{c}(3; -1; 4)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; 6; -4)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -8\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(5; -8; -1)$ ,  $\mathbf{b}(3; 5; 2)$ ,  $\mathbf{c}(1; 2; 2)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(2; 9; 0)$ ,  $B(3; 10; 0)$ ,  $C(9; 10; 1)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $PQS$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $R$ .  $P(1; -7; 4)$ ,  $Q(2; -10; 7)$ ,  $R(6; -11; 6)$ ,  $S(7; -6; -1)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(3; -7; 2)$ ,  $B(6; -6; -6)$ ,  $C(5; -6; -3)$ , и найти расстояние от точки  $S(1; 8; -6)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(7; -5; 1)$  перпендикулярно плоскостям  $2x - y + 7z - 1 = 0$  и  $-x + y - 3z - 5 = 0$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(2; 6; 5)$ ,  $B(4; 5; 8)$ ,  $C(1; 7; 4)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} -x - y + z - 6 = 0 \\ -8x - 2y + z - 19 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(14; -13; 17)$  на плоскость  $-6x + 4y - 5z - 10 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-2}{1}$  и плоскостью  $\pi : -3x - 4y - 5z - 8 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-1; -2)$ ,  $B(-7; 15)$  и  $C(-5; -8)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 23.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $B_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $AB$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(0; -1; -3)$ ,  $\mathbf{b}(3; 3; 4)$ ,  $\mathbf{c}(1; 1; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-8; -3; 7)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(3; 2; 3)$ ,  $\mathbf{b}(5; 3; 3)$ ,  $\mathbf{c}(0; -5; -6)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(2; 5; 0)$ ,  $B(1; -2; 0)$ ,  $C(4; 11; -1)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_3$ .  $A_1(-9; 0; -7)$ ,  $A_2(-15; -5; -8)$ ,  $A_3(1; 7; -5)$ ,  $A_4(-18; -8; -8)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(3; -1; -6)$ ,  $B(11; 0; -6)$ ,  $C(10; 0; -5)$ , и найти расстояние от точки  $S(-3; -2; 7)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-9; 8; 9)$  параллельно прямым  $\frac{x-6}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{0}$  и  $\frac{x-3}{2} = \frac{y+5}{5} = \frac{z-4}{-1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(8; 0; 2)$ ,  $B(10; -1; 5)$ ,  $C(11; -1; 6)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} 7x + 3y - 2z + 13 = 0 \\ -4x - y + z - 4 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(6; 20; 0)$  на плоскость  $2x + 3y - z - 16 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+6}{1}$  и плоскостью  $\pi : 2x + y + 4z + 13 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(0; 4)$ ,  $B(5; 14)$  и  $C(2; 0)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .



**Вариант 24.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; -1; -2)$ ,  $\mathbf{b}(-4; 5; 5)$ ,  $\mathbf{c}(2; -1; 0)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-1; -4; -7)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-3; -4; 2)$ ,  $\mathbf{b}(1; 5; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-5; -13; 6)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(4; 6; 1)$ ,  $B(9; 8; 2)$ ,  $C(10; 7; 2)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_1$ .  $A(-7; 8; 4)$ ,  $B(-7; 9; 9)$ ,  $D(-9; 5; -4)$ ,  $A_1(-10; 6; 6)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-6; -4; -3)$ ,  $B(-5; -6; -5)$ ,  $C(-5; -3; -4)$ , и найти расстояние от точки  $S(5; -6; 3)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(2; 3; -8)$  параллельно прямым  $\frac{x+8}{-1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+2}{2}$  и  $\frac{x+4}{-2} = \frac{y}{8} = \frac{z-4}{3}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(8; 6; 8)$ ,  $B(7; 7; 7)$ ,  $C(0; 13; -1)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} 3x - y + z - 23 = 0 \\ 4x - y - 2z - 16 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(7; 5; 13)$  на плоскость  $2x - y + 2z - 8 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$  и плоскостью  $\pi : -x + 5y - 3z = 7$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-2; 3)$ ,  $B(5; 2)$  и  $C(6; 11)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 25.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DC$ , а  $M$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(3; -3; 5)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(-6; 1; -4)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-1; 7; -9)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(6; 1; -5)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 5; -1)$ ,  $\mathbf{c}(1; 1; -1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(6; 0; 9)$ ,  $B(5; 2; 8)$ ,  $C(8; -1; 10)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(-1; 0; -7)$ ,  $B(3; 1; -9)$ ,  $D(2; 0; -15)$ ,  $E(3; 2; -2)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(4; -9; 1)$ ,  $B(5; -8; -1)$ ,  $C(5; -7; -8)$ ,  $S(-7; 1; -4)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(7; -5; -6)$  параллельно прямым  $\frac{x}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-4}{-1}$  и  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+1}{0}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(4; 3; 2)$ ,  $B(5; -1; 9)$ ,  $C(3; 8; -7)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} 4x + y - 3z + 22 = 0 \\ -5x - y + 4z - 28 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки  $M(-5; -8; -3)$  на плоскость  $2x + 2y - z = 4$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-4}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-7}{-2}$  и плоскостью  $\pi : -2x - y + 2z = 14$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-5; 2)$ ,  $B(5; -28)$  и  $C(-11; -16)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 26.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DD_1$ , а  $M$  делит ребро  $AB$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(3; 3; 1)$ ,  $\mathbf{b}(3; 0; 1)$ ,  $\mathbf{c}(5; 2; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(4; 4; 1)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-3; 3; 4)$ ,  $\mathbf{b}(1; 4; 4)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 1; 1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(7; 1; 6)$ ,  $B(11; -4; 1)$ ,  $C(8; -1; 5)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $QRS$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $P$ .  $P(-2; -6; 2)$ ,  $Q(-1; -3; 0)$ ,  $R(-2; 4; 4)$ ,  $S(1; -11; -5)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(1; -3; 0)$ ,  $B(4; -9; 1)$ ,  $C(0; -2; 0)$ ,  $S(-7; 6; 6)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(2; -1; 4)$  перпендикулярно плоскостям  $4x + y - z = -5$  и  $-3x + y - 4 = 0$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(0; 3; 9)$ ,  $B(1; 6; 4)$ ,  $C(-1; 1; 12)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 4y - 6 = 0 \\ x - y + z - 4 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(-5; -7; -1)$  на плоскость  $-x + y - z + 10 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{1}$  и плоскостью  $\pi : x - 2y + 5z = -5$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(4; -3)$ ,  $B(-5; 10)$  и  $C(12; 21)$ . Требуется:  
(а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 27.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AB$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-5; 1; 5)$ ,  $\mathbf{b}(2; 4; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -3; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; -7; 5)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(1; -4; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -1; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 12; -11)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(4; 5; 4)$ ,  $B(6; -5; 5)$ ,  $C(3; 14; 4)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(-8; -3; 0)$ ,  $B(-6; 2; -3)$ ,  $D(-5; -2; 1)$ ,  $E(-8; -7; 3)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2; -7; -5)$ ,  $B(3; -9; -4)$ ,  $C(3; -8; -8)$ , и найти расстояние от точки  $S(6; 2; -5)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-3; 0; -4)$  перпендикулярно плоскостям  $x + 2y + z = -4$  и  $-4x - y = 6$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(4; 8; 2)$ ,  $B(7; 10; 7)$ ,  $C(2; 7; -1)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} x - 10y - z - 9 = 0 \\ x - y + 8 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(7; 12; -9)$  относительно плоскости  $-2x - 7y + 7z + 8 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{3} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{2}$  и плоскостью  $\pi : -x - y - z + 14 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(0; 3)$ ,  $B(-5; 13)$  и  $C(-2; -1)$ . Требуется:
  - (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;
  - (б) найти длину медианы  $BD$ ;
  - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;
  - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;
  - (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);
  - (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 28.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $AD$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(3; 4; 1)$ ,  $\mathbf{b}(2; 3; 4)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -3; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-6; -7; 8)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-5; -6; -2)$ ,  $\mathbf{b}(6; 14; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-4; -5; -1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(5; 3; 5)$ ,  $B(7; 2; 14)$ ,  $C(4; 4; -2)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_1$ .  $A(-8; 7; -5)$ ,  $B(-6; 3; 0)$ ,  $D(-9; 9; -6)$ ,  $A_1(-10; 10; -11)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(8; -7; -2)$ ,  $B(12; -5; 1)$ ,  $C(3; -10; -6)$ , и найти расстояние от точки  $S(0; 6; -6)$  до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-4; 7; 3)$  параллельно плоскости  $-x - y - 1 = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-1}{-5} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-5}{-1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(0; 5; 0)$ ,  $B(-1; 3; -3)$ ,  $C(1; 6; 2)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} x - 3y - z + 15 = 0 \\ -x + 2y + 2z + 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(-7; 26; 1)$  на плоскость  $3x - 4y - 2z + 11 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y-5}{-3} = \frac{z-8}{3}$  и плоскостью  $\pi : 2x + y + z = 13$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(3; -2)$ ,  $B(-16; 20)$  и  $C(-5; -18)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 29.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BC$ , а  $M$  делит ребро  $D_1 C_1$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-5; 2; 4)$ ,  $\mathbf{b}(4; -1; -5)$ ,  $\mathbf{c}(-5; 1; 5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-10; 3; 9)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(1; -3; -4)$ ,  $\mathbf{b}(1; 1; 1)$ ,  $\mathbf{c}(5; 2; 8)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(7; 8; 9)$ ,  $B(1; 10; 8)$ ,  $C(6; 7; 10)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(5; -6; -2)$ ,  $B(2; -1; -12)$ ,  $D(3; -1; -10)$ ,  $E(6; -9; 3)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-9; 0; 1)$ ,  $B(-8; 3; 5)$ ,  $C(-8; 4; 6)$ , и найти расстояние от точки  $S(4; -8; -8)$  до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-10; -4; -6)$  параллельно плоскости  $x - 3y = 7$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-4}{1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(8; 9; 2)$ ,  $B(15; 6; 1)$ ,  $C(-1; 13; 3)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} x + y - 7z - 30 = 0 \\ x + 2y - 4z - 21 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-3; -15; 3)$  относительно плоскости  $-x - 8y + z - 27 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+6}{6} = \frac{y-8}{5} = \frac{z+4}{-1}$  и плоскостью  $\pi : x + y + z + 12 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-3; -1)$ ,  $B(2; -16)$  и  $C(-15; 3)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 30.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DD_1$ , а  $M$  делит ребро  $BC$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(4; -1; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 4; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -4; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(6; -9; 7)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 8\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-1; -6; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -3; 2)$ ,  $\mathbf{c}(6; 4; -9)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(8; 3; 2)$ ,  $B(10; 4; -5)$ ,  $C(9; 4; -4)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(-4; -7; 4)$ ,  $B(-1; -4; 3)$ ,  $D(-11; -12; 3)$ ,  $E(-2; -4; 2)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(1; 9; 6)$ ,  $B(5; 10; 5)$ ,  $C(-4; 10; 6)$ ,  $S(-4; 6; 8)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(9; 10; -3)$  параллельно прямой  $\frac{x+6}{-4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{5}$  и перпендикулярно плоскости  $5x - 4y - 6z = 6$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(9; 4; 2)$ ,  $B(14; 10; 1)$ ,  $C(13; 9; 1)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -x + 7y + z - 14 = 0 \\ -x + 2y + 1 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-7; -2; 15)$  относительно плоскости  $5x + 4y - 9z - 5 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+2}{-2}$  и плоскостью  $\pi : x - y - 2z + 9 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(1; 1)$ ,  $B(22; -2)$  и  $C(-11; -11)$ . Требуется:  
(а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 31.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AB$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-5; -2; -5)$ ,  $\mathbf{b}(3; 2; 2)$ ,  $\mathbf{c}(2; 1; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; 0; -6)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-3; -5; 10)$ ,  $\mathbf{b}(-7; -5; 6)$ ,  $\mathbf{c}(3; 5; -5)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(0; 1; 8)$ ,  $B(2; 2; 4)$ ,  $C(1; 2; 9)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $BCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A$ .  $A(-5; -3; 3)$ ,  $B(-1; -4; 5)$ ,  $C(9; -1; 3)$ ,  $D(2; -5; 6)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-10; 3; -6)$ ,  $B(-9; 6; -5)$ ,  $C(-11; 5; -5)$ ,  $S(3; -8; 4)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-6; 3; 4)$  перпендикулярно плоскостям  $-x - 3y - 2z + 5 = 0$  и  $x + 2y + z - 1 = 0$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(7; 6; 3)$ ,  $B(6; 9; -1)$ ,  $C(6; 8; 0)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -x + 2y - 7z - 14 = 0 \\ -x + y - 4z - 3 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки  $M(-34; -10; -12)$  на плоскость  $8x + y + 4z = -6$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{4} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+4}{-2}$  и плоскостью  $\pi : x + y + z = -13$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-1; 0)$ ,  $B(9; 20)$  и  $C(11; 6)$ . Требуется:  
 (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .



**Вариант 32.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $D_1 C_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(3; -1; -3)$ ,  $\mathbf{b}(3; 1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(2; -2; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-5; -7; 1)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 5\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(3; -2; 7)$ ,  $\mathbf{b}(1; -3; 4)$ ,  $\mathbf{c}(-5; 3; -3)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(2; 3; 5)$ ,  $B(6; 7; 4)$ ,  $C(5; 4; 5)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $BCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A$ .  $A(6; -2; -14)$ ,  $B(5; 0; -9)$ ,  $C(12; 0; -11)$ ,  $D(10; -1; -13)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-7; 6; -1)$ ,  $B(-4; 10; -6)$ ,  $C(-8; 5; -2)$ ,  $S(-1; -2; 7)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(1; -9; 8)$  параллельно прямым  $\frac{x+6}{-7} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+7}{1}$  и  $\frac{x-1}{-8} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+8}{1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 5; 1)$ ,  $B(9; 0; 0)$ ,  $C(-4; 11; 2)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} -7x - y - 2z + 6 = 0 \\ 2x + y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(5; -4; 4)$  относительно плоскости  $-3x + 3y - 2z = 20$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-7}{-2} = \frac{y}{-4} = \frac{z+6}{-4}$  и плоскостью  $\pi : x + y - z + 9 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(4; -5)$ ,  $B(-23; 26)$  и  $C(-14; -11)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 33.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DC$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; -1; -1)$ ,  $\mathbf{b}(1; 4; -2)$ ,  $\mathbf{c}(6; -3; 5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; 4; -4)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-1; 1; 3)$ ,  $\mathbf{b}(1; -8; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-2; 2; 7)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(2; 1; 0)$ ,  $B(3; 0; -1)$ ,  $C(5; 3; 1)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $QRS$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $P$ .  $P(2; -7; 8)$ ,  $Q(-3; -6; 5)$ ,  $R(-2; -5; 7)$ ,  $S(-5; -8; 0)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1; -4; -10)$ ,  $B(-2; -1; -14)$ ,  $C(-1; -3; -11)$ , и найти расстояние от точки  $S(2; -2; 2)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(8; 8; -3)$  параллельно прямым  $\frac{x+7}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z+3}{0}$  и  $\frac{x+6}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-1}{1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(4; 0; 4)$ ,  $B(5; -1; 5)$ ,  $C(6; -1; 7)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} -x + y + z - 14 = 0 \\ -3x + 2y - 5z + 27 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(14; 8; 6)$  относительно плоскости  $-8x - 3y - 7z - 5 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+6}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{1}$  и плоскостью  $\pi : -5x - y + z = -7$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(2; -2)$ ,  $B(28; -20)$  и  $C(-4; -4)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 34.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $AD$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(4; -5; 5)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 4; -4)$ ,  $\mathbf{c}(3; -5; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(6; -6; 9)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(2; 3; 1)$ ,  $\mathbf{b}(1; 3; 4)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -2; -2)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(0; 3; 2)$ ,  $B(2; 10; 3)$ ,  $C(1; 2; 3)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_4$ .  $A_1(-2; -2; -7)$ ,  $A_2(-5; 0; 1)$ ,  $A_3(-4; 0; 2)$ ,  $A_4(-7; -3; -10)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(5; -9; 5)$ ,  $B(6; -11; 5)$ ,  $C(3; -8; 6)$ ,  $S(5; 0; -1)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-1; -7; 10)$  параллельно прямым  $\frac{x+7}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{0}$  и  $\frac{x+2}{-4} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z+4}{1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(8; 8; 6)$ ,  $B(10; 15; 15)$ ,  $C(7; 5; 2)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -x - y + 2 = 0 \\ -4x + y - z + 8 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-3; 4; 2)$  относительно плоскости  $-5x + 8y + z = 4$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-4}{1}$  и плоскостью  $\pi : x + y - 2z - 5 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-3; 3)$ ,  $B(-1; -11)$  и  $C(1; 7)$ . Требуется:  
(а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 35.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $B_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $AA_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; -3; 2)$ ,  $\mathbf{b}(2; 3; -3)$ ,  $\mathbf{c}(4; 5; -5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(1; -2; 1)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 5\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(2; -3; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -9; -4)$ ,  $\mathbf{c}(1; 4; 3)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(8; 6; 1)$ ,  $B(11; 5; 2)$ ,  $C(16; 5; 1)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(6; 1; -6)$ ,  $B(5; 2; -8)$ ,  $D(3; 4; -14)$ ,  $E(9; -3; -3)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(0; 1; -6)$ ,  $B(1; 2; -6)$ ,  $C(-1; -3; -5)$ ,  $S(0; -3; 0)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-6; 2; -3)$  параллельно плоскости  $-2x - 7y - 3z - 2 = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{10} = \frac{z+8}{5}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(5; 6; 5)$ ,  $B(-1; -1; 13)$ ,  $C(0; 0; 12)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} 3x - 3y + 2z + 28 = 0 \\ x + y + z - 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(29; 32; 22)$  на плоскость  $7x + 10y + 8z + 153 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-4}{-1}$  и плоскостью  $\pi : 5x - 6y - 2z - 5 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(4; 4)$ ,  $B(14; 9)$  и  $C(16; 28)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
(б) найти длину медианы  $BD$ ;  
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
(е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
(ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 36.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BC$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 B_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(0; 1; 3)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 4; 1)$ ,  $\mathbf{c}(2; -3; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(0; 0; -4)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-2; 1; -1)$ ,  $\mathbf{b}(1; -1; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-7; 7; 4)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(6; 2; 5)$ ,  $B(7; 11; 5)$ ,  $C(5; -8; 6)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_1$ .  $A(9; -2; 9)$ ,  $B(0; -7; 15)$ ,  $D(10; -4; 10)$ ,  $A_1(11; 3; 5)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(6; -7; -6)$ ,  $B(9; -9; -2)$ ,  $C(5; -6; -9)$ , и найти расстояние от точки  $S(-3; -6; 0)$  до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-7; -1; -5)$  параллельно плоскости  $x - y = -4$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x+2}{4} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z-4}{1}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 6; 1)$ ,  $B(5; 9; 5)$ ,  $C(4; 8; 4)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} x + 6y + z - 30 = 0 \\ x + 7y + 2z - 28 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(4; -8; -3)$  относительно плоскости  $-3x + 8y - 3z = -26$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+7}{4} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-1}{2}$  и плоскостью  $\pi : -x - y + 2z - 3 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-4; -2)$ ,  $B(-8; 26)$  и  $C(-16; 10)$ . Требуется:
  - (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;
  - (б) найти длину медианы  $BD$ ;
  - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;
  - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;
  - (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);
  - (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 37.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $CC_1$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 B_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(2; -3; 1)$ ,  $\mathbf{b}(1; -2; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 5; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(5; -5; 6)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-1; -2; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -1; -1)$ ,  $\mathbf{c}(3; 2; 0)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(3; 5; 8)$ ,  $B(4; 14; 8)$ ,  $C(5; 13; 9)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(6; 7; 6)$ ,  $A_2(1; 10; 4)$ ,  $A_4(5; 4; 8)$ ,  $B_1(3; 9; 5)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(4; 3; 8)$ ,  $B(7; 1; 7)$ ,  $C(-1; 4; 8)$ , и найти расстояние от точки  $S(1; 1; 0)$  до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-6; -9; 7)$  параллельно плоскости  $-x + y - z = 4$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x+3}{5} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{2}$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(6; 3; 7)$ ,  $B(7; 1; 8)$ ,  $C(2; 12; 2)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} -x - y - 2z + 2 = 0 \\ 3x - y + 5z - 18 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(13; -42; -9)$  на плоскость  $-5x + 8y + z + 50 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z-8}{1}$  и плоскостью  $\pi : 3x - 2y + z - 13 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(0; -1)$ ,  $B(22; -5)$  и  $C(4; -9)$ . Требуется:
  - (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;
  - (б) найти длину медианы  $BD$ ;
  - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;
  - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;
  - (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);
  - (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 38.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AB$ , а  $M$  делит ребро  $DD_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(3; 1; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-4; -3; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 0; -2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-7; -4; 2)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -6\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(3; 2; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -1; -5)$ ,  $\mathbf{c}(0; -1; 3)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(4; 6; 3)$ ,  $B(9; 7; 3)$ ,  $C(2; 4; 4)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(-4; 9; 9)$ ,  $A_2(-1; 16; 12)$ ,  $A_4(-5; 7; 8)$ ,  $B_1(-5; 1; 5)$ .
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-8; 10; 10)$ ,  $B(-1; 17; 6)$ ,  $C(-14; 5; 13)$ , и найти расстояние от точки  $S(6; -2; 6)$  до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(4; -2; -8)$  параллельно прямой  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+8}{1}$  и перпендикулярно плоскости  $2x - 7y + 3z = 0$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(8; 6; 4)$ ,  $B(5; 8; -1)$ ,  $C(6; 7; 1)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} 2x - 3y + 3z + 3 = 0 \\ x - y + 2z - 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки  $M(-11; 40; 13)$  на плоскость  $4x - 9y - 5z - 19 = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+8}{4} = \frac{y}{4} = \frac{z+7}{3}$  и плоскостью  $\pi : -x - y - z + 7 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(1; 3)$ ,  $B(-13; 5)$  и  $C(-11; 15)$ . Требуется:
  - (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;
  - (б) найти длину медианы  $BD$ ;
  - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;
  - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;
  - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;
  - (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);
  - (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .

**Вариант 39.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AB$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 D_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(0; -2; -1)$ ,  $\mathbf{b}(2; 3; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -4; 6)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(1; 3; -2)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -8\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(2; -3; -1)$ ,  $\mathbf{b}(4; 0; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 1; 1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(2; 8; 2)$ ,  $B(-2; 9; 2)$ ,  $C(-5; 9; 3)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $PRS$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $Q$ .  $P(6; 4; 0)$ ,  $Q(9; -2; -8)$ ,  $R(9; 13; -7)$ ,  $S(5; 2; 2)$ .
8. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(3; -9; -7)$ ,  $B(10; -8; -8)$ ,  $C(8; -8; -7)$ ,  $S(7; -8; -6)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
9. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(2; 0; 7)$  перпендикулярно плоскостям  $2x + 7y - 3z = 0$  и  $-x - 6y + 2z = 0$ .
10. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(8; 6; 3)$ ,  $B(2; 7; -2)$ ,  $C(13; 5; 7)$ .
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} x + 2y + 8 = 0 \\ -2x + y + z + 21 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(4; 5; -2)$  относительно плоскости  $x - y = 0$ .
13. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+7}{-5} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-7}{-4}$  и плоскостью  $\pi : x - y + z + 6 = 0$ .
14. На плоскости дан треугольник  $ABC$  с вершинами  $A(-5; -5)$ ,  $B(25; -15)$  и  $C(-1; -17)$ . Требуется: (а) написать общие уравнения прямых  $AB$  и  $AC$ ;  
 (б) найти длину медианы  $BD$ ;  
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины  $C$ ;  
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне  $AC$ ;  
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла  $BAC$ ;  
 (е) найти координаты точки  $E$  – пересечения прямых (г) и (д);  
 (ж) найти координаты точки  $F$ , симметричной точке  $B$  относительно прямой  $AC$ .