Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро BC в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-3;2)$, $\boldsymbol{b}(-3;3;-4)$, $\boldsymbol{c}(-3;4;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;4;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1;2;1)$, $\boldsymbol{b}(-3;-5;-6)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;8;7)$, $B(7;5;1)$, $C(10;9;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(-9;1;1)$, $A_2(-11;-3;6)$, $A_3(-10;-7;4)$, $A_4(-11;-6;6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;3;-7)$, $B(-4;-5;-7)$, $C(-4;0;-8)$, $S(-5;3;8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;-6;2)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{3} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+7}{-1}$ и $\frac{x+3}{-1} = \frac{y+8}{3} = \frac{z+7}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;8;5)$, $B(3;9;5)$, $C(-2;7;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ -4x + y + 2z - 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(10;5;8)$ относительно плоскости $-5x - 5y - 8z - 32 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z-8}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x + y - z - 6 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;2)$, $B(-14;-11)$ и $C(3;-22)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;0)$, $\boldsymbol{c}(-3;3;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;7;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2;3;-5)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;3)$, $\boldsymbol{c}(1;1;0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;4;6)$, $B(7;5;6)$, $C(0;3;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(9;0;-8)$, $A_2(11;1;-9)$, $A_3(16;3;-4)$, $A_4(17;3;-6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10;1;0)$, $B(11;2;-1)$, $C(11;-1;3)$, и найти расстояние от точки $S(6;-5;5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;5;-2)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-5}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 2y + z + 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;6;7)$, $B(12;5;9)$, $C(19;3;14)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y \quad\;\; - 8 = 0 \\ 5x + y + z - 27 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;-5;0)$ относительно плоскости $3x - y + 2z = -10$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-4} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-5}{4}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + z - 2 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;3)$, $B(-22;6)$ и $C(11;15)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-6;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;2;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 4\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-2;-2)$, $\boldsymbol{b}(0;1;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;3;0)$, $B(4;4;-2)$, $C(3;4;-1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(-5;7;1)$, $A_2(-12;5;-1)$, $A_3(0;9;2)$, $A_4(2;16;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;8;-7)$, $B(-1;13;-4)$, $C(2;15;-2)$, $S(-1;4;2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;-9;-10)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{-6} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{3}$ и перпендикулярно плоскости $-5x + y + 4z = 4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;9;0)$, $B(1;8;-1)$, $C(2;8;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y + z + 7 = 0 \\ x + y + 2z + 16 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(8;-23;-19)$ относительно плоскости $-5x + 9y + 8z = 26$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-2} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : 5x + 2y - 2z = -1$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-1)$, $B(2;6)$ и $C(3;-3)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-3;-3)$, $\boldsymbol{b}(4;-3;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-10;7;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-4;3)$, $\boldsymbol{b}(-5;-5;-4)$, $\boldsymbol{c}(4;2;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;6;0)$, $B(1;9;1)$, $C(1;14;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(7;0;2)$, $A_2(2;3;6)$, $A_3(6;-2;3)$, $A_4(10;5;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4;4;10)$, $B(6;12;5)$, $C(3;1;12)$, $S(1;0;-7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-9;-1;-1)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-2} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+6}{1}$ и $\frac{x-4}{1} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;8;1)$, $B(2;9;-2)$, $C(2;10;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 2z - 22 = 0 \\ x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(40;-10;-16)$ на плоскость $10x - 6y - 5z = 57$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi : 3x + y + z - 9 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;4)$, $B(-9;6)$ и $C(10;8)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;2;5)$, $\boldsymbol{b}(3;1;2)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-10;-6;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-3;3)$, $\boldsymbol{b}(-7;-8;-3)$, $\boldsymbol{c}(4;2;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;5;7)$, $B(0;6;9)$, $C(8;4;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(5;-1;3)$, $A_2(11;-8;11)$, $A_3(5;0;1)$, $A_4(6;-5;8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;1;2)$, $B(-1;2;3)$, $C(4;3;5)$, и найти расстояние от точки $S(8;8;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5;-3;-7)$ перпендикулярно плоскостям $8x - y + 3z = 3$ и $3x - y + 2z + 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;1;6)$, $B(5;-1;5)$, $C(3;-6;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - y - z - 21 = 0 \\ -x + 4y + z + 30 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-2;0;12)$ на плоскость $-2x - 3y + 2z + 6 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : x - 2y - z + 1 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;4)$, $B(-8;5)$ и $C(3;0)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(-4;-3;5)$, $\boldsymbol{c}(2;3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;-1;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(4;3;-4)$, $\boldsymbol{b}(-3;-2;3)$, $\boldsymbol{c}(5;5;-11)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;4;8)$, $B(1;-4;8)$, $C(1;3;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(0;-9;12)$, $A_2(-1;-8;9)$, $A_3(-3;-5;8)$, $A_4(0;-9;6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;1;2)$, $B(-2;-1;1)$, $C(2;6;3)$, $S(6;-5;4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;-7;-9)$ перпендикулярно плоскостям $-3x - y - 2z - 1 = 0$ и $-2x + y + z = 8$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;6;9)$, $B(7;9;7)$, $C(5;8;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 7y + 8z - 29 = 0 \\ -x + 4y - 5z + 16 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(14;40;39)$ на плоскость $5x + 8y + 8z - 90 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{3}$ и плоскостью $\pi : x + y + 2z - 6 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-3)$, $B(2;-14)$ и $C(-12;-27)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; 1; 5)$, $\boldsymbol{b}(-1; -2; 0)$, $\boldsymbol{c}(1; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; 7; 7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 8\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3; 5; -3)$, $\boldsymbol{b}(2; -3; 3)$, $\boldsymbol{c}(1; 1; -9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 3; 9)$, $B(2; 2; 10)$, $C(-1; 8; 9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(-7; 0; 8)$, $Q(-2; 3; 10)$, $R(-1; 1; 10)$, $S(-8; 3; 7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4; -3; -10)$, $B(7; -4; -10)$, $C(2; -1; -11)$, $S(-8; 8; 2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4; -3; -6)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 9y - 2z + 6 = 0$ и $x - 8y + z - 2 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 0; 9)$, $B(8; 1; 10)$, $C(11; -3; 8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 3y - 2z + 7 = 0 \\ -4x - 2y + 3z - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-22; 17; 15)$ на плоскость $-7x + 8y + 8z = -121$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-5}{-3}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = 4$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -1)$, $B(-18; -10)$ и $C(-3; 5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро AA_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;1;2)$, $\boldsymbol{b}(5;-5;-4)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-10;10;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;3;1)$, $\boldsymbol{b}(4;-5;-2)$, $\boldsymbol{c}(-8;9;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;1;9)$, $B(4;-2;9)$, $C(4;-7;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(5;-5;1)$, $B(3;4;3)$, $C(6;-2;0)$, $D(6;-7;-1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;-2;-3)$, $B(2;-1;-6)$, $C(5;-3;1)$, и найти расстояние от точки $S(-8;0;-2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;-5;5)$ перпендикулярно плоскостям $x + y + z + 6 = 0$ и $-x - 2y - 7 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;1;3)$, $B(0;-2;4)$, $C(1;-1;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + z - 3 = 0 \\ 7x - y + 17 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(13;0;-6)$ относительно плоскости $-7x + z = -22$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{1}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - 2z - 8 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;-3)$, $B(24;15)$ и $C(10;-7)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро BB_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;4;5)$, $\boldsymbol{b}(0;-5;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-6;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-3;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1;-3;-2)$, $\boldsymbol{b}(-3;2;2)$, $\boldsymbol{c}(-2;2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;2;6)$, $B(3;3;6)$, $C(3;0;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(-7;3;-4)$, $B(-14;10;-2)$, $C(-10;0;-5)$, $D(-9;2;-4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;-5;6)$, $B(4;-4;7)$, $C(-1;-6;6)$, $S(6;-5;-5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;-8;-2)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-8x - 4y - 3z = 5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;2;1)$, $B(8;-1;2)$, $C(6;6;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 5y - 3z - 24 = 0 \\ -3x - 6y + 5z + 29 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;2;0)$ относительно плоскости $-x+y = -4$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{3}$ и плоскостью $\pi : x + y + 2z = -4$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;-4)$, $B(-14;5)$ и $C(5;-2)$. Требуется:

(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;5;-5)$, $\boldsymbol{b}(-2;-5;5)$, $\boldsymbol{c}(0;3;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;6;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 9\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3;-3;2)$, $\boldsymbol{b}(2;-4;-3)$, $\boldsymbol{c}(-2;3;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;3;8)$, $B(9;11;3)$, $C(1;0;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(6;3;6)$, $B(5;4;8)$, $D(0;11;11)$, $A_1(8;0;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;-4;5)$, $B(4;-5;2)$, $C(-1;-2;7)$, $S(5;-8;-8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;0;6)$ перпендикулярно плоскостям $-3x + 4y + z + 2 = 0$ и $2x - y - z - 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;3;6)$, $B(0;1;3)$, $C(3;6;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 2z + 10 = 0 \\ -2x - 4y + 5z - 16 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-6;21;-14)$ на плоскость $x + 6y - 9z = 10$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x + y - z - 15 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;-2)$, $B(-3;13)$ и $C(8;16)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(-5;-4;2)$, $\boldsymbol{c}(0;-3;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-1;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(6;5;7)$, $\boldsymbol{b}(3;3;4)$, $\boldsymbol{c}(-18;-4;-17)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;9;4)$, $B(10;8;5)$, $C(9;7;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(0;0;0)$, $B(3;2;5)$, $D(8;-1;-4)$, $A_1(-4;-1;-2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6;-7;0)$, $B(-8;-4;-7)$, $C(-7;-6;-2)$, и найти расстояние от точки $S(-4;5;4)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(3;9;-2)$ параллельно плоскости $-7x + y + z - 5 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{6} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+1}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;2;2)$, $B(5;1;3)$, $C(2;3;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -5x + y \phantom{{}+z} - 14 = 0 \\ 3x - y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(29;-11;6)$ на плоскость $-9x + 4y - 5z = 31$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+6}{1}$ и плоскостью $\pi : x - 3y - z = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-2)$, $B(5;-24)$ и $C(9;-6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;-4;-5)$, $\boldsymbol{b}(4;-3;-4)$, $\boldsymbol{c}(4;-4;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;0;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(5;-1;4)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;0)$, $\boldsymbol{c}(-3;2;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;5;9)$, $B(6;-3;9)$, $C(4;8;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-6;5;-4)$, $A_2(-3;4;-3)$, $A_3(-11;6;-8)$, $A_4(-5;10;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;2;-4)$, $B(4;7;-3)$, $C(2;-4;-4)$, и найти расстояние от точки $S(-3;4;8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;0;-8)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-5x - y + z + 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;4;7)$, $B(2;3;5)$, $C(4;2;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y + 4z - 5 = 0 \\ -x + y - 7z + 16 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-8;15;22)$ относительно плоскости $-2x + 5y + 7z = 50$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+5}{3} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi: -x + 2y - z = -7$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;1)$, $B(-28;11)$ и $C(-2;13)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-4;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;4;-3)$, $\boldsymbol{c}(5;-5;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;4;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-1;-6)$, $\boldsymbol{b}(-3;3;-5)$, $\boldsymbol{c}(8;-7;9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;6;2)$, $B(1;8;11)$, $C(-1;5;-2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(2;3;-2)$, $B(4;5;-1)$, $D(3;5;-7)$, $E(4;6;-5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;6;4)$, $B(-4;9;2)$, $C(-2;2;5)$, и найти расстояние от точки $S(-3;5;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-9;-3;1)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+7}{10}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 2y - 3z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;2;9)$, $B(10;6;8)$, $C(9;5;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 7y + z - 24 = 0 \\ -x + 9y \qquad - 23 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-26;15;13)$ на плоскость $-9x + 5y + 4z + 127 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{-4} = \frac{z-3}{3}$ и плоскостью $\pi : -x - y - 2z = 10$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;0)$, $B(27;27)$ и $C(4;-24)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BC в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0; -1; 3)$, $\boldsymbol{b}(1; 2; -4)$, $\boldsymbol{c}(2; 3; -6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0; -2; 5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-6; -8; 5)$, $\boldsymbol{b}(3; 7; -4)$, $\boldsymbol{c}(2; 5; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 2; 2)$, $B(6; 1; 0)$, $C(11; 5; 7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(2; -5; 5)$, $B(5; -8; 7)$, $D(1; -3; 3)$, $E(6; -10; 8)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; -5; 6)$, $B(-8; -4; 6)$, $C(1; -6; 7)$, $S(6; 0; 8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3; 9; -1)$ параллельно прямым $\frac{x+5}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{0}$ и $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 7; 5)$, $B(12; 5; 8)$, $C(15; 4; 10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 10 = 0 \\ 9x + y + z + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-18; -7; 4)$ относительно плоскости $7x + 3y - 2z = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{-4}$ и плоскостью $\pi : -2x - y - 2z + 10 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -3)$, $B(5; 2)$ и $C(-9; -1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро CC_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4; -2; 3)$, $\boldsymbol{b}(2; -2; 1)$, $\boldsymbol{c}(3; -3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9; 3; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 7\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2; -1; -1)$, $\boldsymbol{b}(-1; -3; 0)$, $\boldsymbol{c}(-1; 1; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 9; 8)$, $B(10; 8; 9)$, $C(10; 11; 5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-4; 3; 8)$, $Q(-7; 2; 10)$, $R(-9; 5; 9)$, $S(-4; 1; 9)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 4; -1)$, $B(2; 3; -1)$, $C(0; 8; 0)$, и найти расстояние от точки $S(1; 0; -6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4; 5; -7)$ параллельно прямым $\frac{x+5}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-6}{0}$ и $\frac{x+7}{3} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+7}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 6; 3)$, $B(14; 14; 0)$, $C(7; 3; 4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 4x + y \phantom{{}+z} + 15 = 0 \\ -x + y + z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-11; 5; -9)$ относительно плоскости $6x - 5y + 5z + 7 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y-8}{2} = \frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $\pi : 4x + y - 4z + 5 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -2)$, $B(-6; -23)$ и $C(3; 4)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;2;0)$, $\boldsymbol{b}(-3;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(5;5;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-3;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-14;12;7)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;2)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;8;8)$, $B(6;10;7)$, $C(11;7;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-5;8;3)$, $A_2(0;7;1)$, $A_3(-7;9;4)$, $A_4(3;1;0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;-7;-8)$, $B(12;-5;-9)$, $C(5;-6;-8)$, и найти расстояние от точки $S(-2;7;5)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-9;10;6)$ параллельно плоскости $x - y + z = -4$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{-2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+5}{-7}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;3;3)$, $B(14;10;5)$, $C(10;7;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -\ x - y \qquad + 15 = 0 \\ 3x - y - z - 24 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(10;-17;-18)$ на плоскость $x - 7y - 4z = 3$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{2} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+3}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y - 2z - 4 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;4)$, $B(-2;-7)$ и $C(4;6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро BC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;1;2)$, $\boldsymbol{b}(-6;-1;0)$, $\boldsymbol{c}(-5;-3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;4;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -6\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-2;2)$, $\boldsymbol{b}(-6;-3;4)$, $\boldsymbol{c}(17;9;-9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;3;5)$, $B(10;2;5)$, $C(8;-3;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-3;-3;8)$, $B(-3;6;4)$, $D(1;-1;7)$, $E(-6;2;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10;2;0)$, $B(11;-8;1)$, $C(9;11;0)$, и найти расстояние от точки $S(4;-1;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5;-7;5)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{-5}$ и перпендикулярно плоскости $x - y - 2z = -4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;5;0)$, $B(3;6;-3)$, $C(4;8;-7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 9x + 3y + 2z + 19 = 0 \\ 4x + y + z + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(11;9;-21)$ на плоскость $3x + 2y - 5z - 4 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y}{-6} = \frac{z-3}{-4}$ и плоскостью $\pi : x + y - z - 14 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;0)$, $B(-29;18)$ и $C(-15;-4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;5;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;5;2)$, $\boldsymbol{c}(3;4;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;1;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-6;3;7)$, $\boldsymbol{b}(10;4;-7)$, $\boldsymbol{c}(-3;1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;4;7)$, $B(10;3;7)$, $C(8;5;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(-9;-3;3)$, $B(-7;-6;2)$, $C(-14;5;6)$, $D(-16;-10;7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6;-7;6)$, $B(15;-4;2)$, $C(-1;-9;9)$, $S(7;2;-4)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10;7;1)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+6}{-8}$ и $\frac{x+2}{2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+3}{-7}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;2;8)$, $B(7;1;7)$, $C(9;0;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y \quad\; + 6 = 0 \\ 2x + y + z + 15 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(0;-25;-8)$ на плоскость $2x + 9y + 3z + 61 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : 5x - 5y + 3z - 8 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;0)$, $B(3;17)$ и $C(4;-8)$. Требуется:

(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-3;-4)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;-3)$, $\boldsymbol{c}(-2;5;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;-10;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(5;1;5)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;4;6)$, $B(6;2;7)$, $C(13;5;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(-6;3;-8)$, $B(-5;0;-7)$, $C(-3;-7;-5)$, $D(5;5;-6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;8;-9)$, $B(-4;9;-8)$, $C(-8;6;-8)$, и найти расстояние от точки $S(-1;-7;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;-2;-7)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{1} = \frac{y-1}{-6} = \frac{z+7}{0}$ и перпендикулярно плоскости $x - y + z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;7;3)$, $B(3;8;6)$, $C(10;4;-5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -6x + y + z - 19 = 0 \\ 7x - y \qquad + 30 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(7;-10;-8)$ относительно плоскости $3x - 8y - 7z + 26 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi: -2x + 2y - 6z = 13$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;1)$, $B(21;-3)$ и $C(-3;5)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-1;-3)$, $\boldsymbol{b}(5;3;3)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-2;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;3;4)$, $\boldsymbol{b}(-7;-4;-5)$, $\boldsymbol{c}(5;-1;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;9;1)$, $B(-4;10;1)$, $C(11;8;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-6;-5;-5)$, $A_2(-2;-8;-4)$, $A_4(-6;-11;-12)$, $B_1(-5;-7;-6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5;1;0)$, $B(-2;7;1)$, $C(-3;8;1)$, $S(-4;2;7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;-3;-5)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+3}{3}$ и $\frac{x-4}{3} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-4}{-5}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;8;2)$, $B(5;10;2)$, $C(1;3;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 7y - 2z - 5 = 0 \\ -x - y + z + 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;9;-1)$ относительно плоскости $-4x - 9y + 7z + 23 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-4} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : x + y - 2z = 13$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;3)$, $B(-15;5)$ и $C(-17;-13)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;2;-2)$, $\boldsymbol{b}(-2;2;3)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;-4;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(3;-2;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;4;6)$, $B(2;5;10)$, $C(9;3;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(6;1;-8)$, $Q(7;-7;0)$, $R(4;8;-14)$, $S(7;-4;-3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5;-9;2)$, $B(-4;-8;0)$, $C(-4;-7;5)$, $S(8;6;8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;-1;-10)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+3}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $-2x + 8y + 3z + 2 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;1;1)$, $B(3;5;8)$, $C(-1;0;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 7y + z + 8 = 0 \\ -x - 6y \phantom{{}+z} + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-11;-31;15)$ на плоскость $2x + 10y - 3z = -38$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-3}{-3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-8}{-2}$ и плоскостью $\pi: 2x + 2y - z - 7 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-5)$, $B(-5;-22)$ и $C(-3;1)$. Требуется:

(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(-6;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(-5;-3;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;-3;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;4;-1)$, $\boldsymbol{b}(-12;-4;15)$, $\boldsymbol{c}(2;3;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;5;0)$, $B(9;6;-3)$, $C(9;7;-10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-1;-2;9)$, $A_2(4;-9;9)$, $A_3(1;-3;6)$, $A_4(-2;-1;11)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;-8;0)$, $B(1;-9;-1)$, $C(-10;-4;3)$, $S(-8;5;8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;-8;-10)$ перпендикулярно плоскостям $x + 3y - 4z = -2$ и $-2x - 5y + 7z - 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;5;0)$, $B(0;4;0)$, $C(7;10;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y - 2z - 8 = 0 \\ 5x + y - z - 27 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-20;-22;30)$ на плоскость $-3x - 8y + 8z = -72$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{-4} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+7}{-5}$ и плоскостью $\pi: x + y - z - 12 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;3)$, $B(-16;4)$ и $C(6;-3)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;-1;-4)$, $\boldsymbol{b}(5;2;6)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;-7;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1;1;2)$, $\boldsymbol{b}(-6;4;-3)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;8;1)$, $B(5;10;-6)$, $C(2;5;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(6;7;-2)$, $A_2(5;9;-3)$, $A_3(8;4;-2)$, $A_4(5;-2;7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;-2;7)$, $B(3;0;6)$, $C(-4;-3;8)$, $S(-2;8;5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8;7;-5)$ перпендикулярно плоскостям $2x - 3y + 4z - 5 = 0$ и $-x + 2y - 3z = 3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;7;9)$, $B(7;6;4)$, $C(-4;8;13)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y + z + 9 = 0 \\ -4x - 5y - 3z - 12 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3;-6;-6)$ относительно плоскости $5x - 5y - 4z = -30$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-4}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x + 3y - 3z = -1$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;-5)$, $B(7;-18)$ и $C(0;1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-1;5;1)$, $\boldsymbol{c}(2;1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;8;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(24;-18;-5)$, $\boldsymbol{c}(-6;4;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;2;3)$, $B(1;-8;3)$, $C(-1;3;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(1;2;-9)$, $Q(-9;7;-11)$, $R(6;5;-10)$, $S(8;6;-10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7;-4;0)$, $B(-6;-8;1)$, $C(-9;-3;-1)$, $S(4;2;-3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(10;-9;-8)$ параллельно плоскости $3x + 2y + z - 9 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{-8} = \frac{y+4}{-5} = \frac{z+6}{-6}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;8;8)$, $B(1;6;11)$, $C(3;3;15)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 5z - 16 = 0 \\ -3x - 2y - 6z + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(11;-4;26)$ на плоскость $-5x + 3y - 10z + 59 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + y + z - 12 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;-1)$, $B(2;-23)$ и $C(6;-5)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;3;2)$, $\boldsymbol{b}(1;2;3)$, $\boldsymbol{c}(1;1;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-1;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-4;4)$, $\boldsymbol{b}(1;-3;4)$, $\boldsymbol{c}(0;5;-4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;5;4)$, $B(7;4;4)$, $C(0;3;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(7;-7;-2)$, $B(5;-5;-1)$, $C(-2;2;2)$, $D(-2;-16;-6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;6;-3)$, $B(-6;9;2)$, $C(5;5;-5)$, $S(7;3;-3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;1;9)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{9} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-8x - y - 7 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;3;4)$, $B(16;5;7)$, $C(19;6;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y + z + 30 = 0 \\ 3x - y \qquad + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(23;7;-21)$ относительно плоскости $9x + 2y - 9z + 5 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : 4x - y - z + 14 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;-3)$, $B(-15;17)$ и $C(-1;5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-3;4)$, $\boldsymbol{b}(3;-4;5)$, $\boldsymbol{c}(-2;6;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;9;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 6\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-7;2;-2)$, $\boldsymbol{b}(-10;7;-8)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;8;7)$, $B(5;6;8)$, $C(4;3;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(4;-3;8)$, $B(7;-10;11)$, $D(7;-4;7)$, $A_1(3;-1;7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5;7;5)$, $B(-4;8;4)$, $C(-6;5;8)$, $S(-7;-2;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8;-3;-3)$ параллельно прямым $\frac{x+5}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$ и $\frac{x+2}{4} = \frac{y}{8} = \frac{z-3}{-3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;4;3)$, $B(10;5;-1)$, $C(11;6;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 8x + y + 10 = 0 \\ 7x + 2y + z + 17 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(3;-14;-11)$ на плоскость $x - 6y - 3z = 28$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 5y - 3z + 6 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-3)$, $B(9;10)$ и $C(-4;9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(0;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(-3;4;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;2;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;2;-5)$, $\boldsymbol{b}(3;1;-3)$, $\boldsymbol{c}(-2;-5;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;9;5)$, $B(8;7;6)$, $C(10;8;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-8;2;-8)$, $B(-7;3;-11)$, $D(1;-4;-1)$, $E(-8;3;-10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6;-2;-5)$, $B(7;-5;-4)$, $C(10;-12;0)$, $S(4;2;-6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;-1;2)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+6}{3}$ и перпендикулярно плоскости $2x - y - z - 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;8;6)$, $B(-1;1;9)$, $C(6;13;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y + z - 7 = 0 \\ -4x - y - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(17;-10;-20)$ относительно плоскости $7x - 5y - 8z = -16$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -6x - 5y - 2z + 8 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;-2)$, $B(13;0)$ и $C(-6;2)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро CC_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; -2; -3)$, $\boldsymbol{b}(1; 2; 0)$, $\boldsymbol{c}(2; -3; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7; -10; 4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2; -1; 5)$, $\boldsymbol{b}(-2; -4; 1)$, $\boldsymbol{c}(8; 0; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 5; 3)$, $B(8; 1; 4)$, $C(6; 10; 3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(-7; -7; 9)$, $B(-9; -8; 11)$, $C(2; -12; 1)$, $D(-1; -2; 2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 4; -4)$, $B(0; 3; -7)$, $C(4; 5; -2)$, и найти расстояние от точки $S(-5; -3; 3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; 3; 7)$ перпендикулярно плоскостям $7x + y - 2z + 2 = 0$ и $x + y - z - 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 0; 4)$, $B(8; -2; 3)$, $C(-2; 5; 6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + z - 10 = 0 \\ -2x - y + 8z + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(11; -16; 39)$ на плоскость $2x - 3y + 8z = 74$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + z = -12$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; -3)$, $B(-19; -9)$ и $C(4; -7)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;3;1)$, $\boldsymbol{b}(-5;-4;-3)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;1;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(5;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-2;9;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;8;0)$, $B(4;1;1)$, $C(2;12;0)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(2;4;-7)$, $A_2(0;5;-9)$, $A_3(5;-2;-7)$, $A_4(2;6;-6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;4;6)$, $B(0;5;6)$, $C(5;2;5)$, и найти расстояние от точки $S(0;6;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;6;-7)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{1} = \frac{y+8}{-5} = \frac{z}{-2}$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-6} = \frac{z-5}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;6;6)$, $B(6;5;6)$, $C(-3;10;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x - 4y + 5z + 1 = 0 \\ -3x - 5y + 7z + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-7;-9;2)$ относительно плоскости $-7x - 9y + 4z - 65 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{-3}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + 2z = -8$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;-1)$, $B(-6;13)$ и $C(-12;-9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;3;2)$, $\boldsymbol{b}(3;-5;-2)$, $\boldsymbol{c}(-4;6;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;0;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(6;-3;-5)$, $\boldsymbol{b}(5;-2;-3)$, $\boldsymbol{c}(-11;7;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;9;9)$, $B(4;4;10)$, $C(-3;13;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(5;-2;8)$, $A_2(8;0;15)$, $A_4(7;-1;10)$, $B_1(0;-5;1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9;-3;-2)$, $B(10;5;-6)$, $C(10;4;-5)$, $S(-4;-5;-5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;-1;7)$ перпендикулярно плоскостям $2x+3y+z=8$ и $x+2y+z-1=0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;3;6)$, $B(3;-2;5)$, $C(2;0;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x+5y+z+30=0 \\ -x-3y \qquad -28=0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(29;3;-15)$ на плоскость $9x-2y-4z=12$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-8}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-6}$ и плоскостью $\pi: -x+y-z=-7$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;1)$, $B(-6;24)$ и $C(5;-3)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;5;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(4;1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;6;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;2;-2)$, $\boldsymbol{b}(6;16;-13)$, $\boldsymbol{c}(-2;-5;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;4;3)$, $B(2;11;4)$, $C(1;3;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(2;-2;5)$, $B(10;-2;8)$, $D(9;0;11)$, $A_1(8;-1;9)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6;2;1)$, $B(-7;4;-1)$, $C(-4;-3;4)$, и найти расстояние от точки $S(-2;6;5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;1;-2)$ перпендикулярно плоскостям $x + 4y + 2z = -5$ и $-x - 3y - z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;0;1)$, $B(7;2;6)$, $C(3;1;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -4x - y + z - 2 = 0 \\ -3x - y + 3z = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1;3;2)$ относительно плоскости $-x - y + 3 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{3}$ и плоскостью $\pi : 3x + y - z = -5$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;0)$, $B(-3;28)$ и $C(-11;12)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4; 3; 2)$, $\boldsymbol{b}(-1; -2; 1)$, $\boldsymbol{c}(5; 4; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0; 2; -6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -7\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1; 1; -3)$, $\boldsymbol{b}(2; 3; -3)$, $\boldsymbol{c}(-1; -1; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 6; 3)$, $B(5; 7; 9)$, $C(4; 7; 8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(7; 0; 0)$, $B(4; 3; -1)$, $D(8; -3; 0)$, $E(2; 4; -2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; -1; -10)$, $B(-5; 1; -11)$, $C(-7; -2; -9)$, и найти расстояние от точки $S(-1; -5; 4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9; 7; -7)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ и перпендикулярно плоскости $3x + 2y + 6z = -4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 8; 7)$, $B(5; 11; 14)$, $C(4; 10; 11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x - 3y - z + 22 = 0 \\ \quad x + 2y \qquad - 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-6; 13; -5)$ на плоскость $3x - y + 3z = 11$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + 7y + 4z - 7 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; 1)$, $B(2; 23)$ и $C(6; 5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4; -5; -4)$, $\boldsymbol{b}(-1; 2; 1)$, $\boldsymbol{c}(-3; 3; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3; 0; 8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1; -2; 3)$, $\boldsymbol{b}(1; 3; 7)$, $\boldsymbol{c}(-1; -1; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 5; 4)$, $B(8; 6; -2)$, $C(7; 6; -1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0; 5; 9)$, $A_2(1; 7; 10)$, $A_4(7; 9; 8)$, $B_1(-7; 4; 12)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7; -1; 8)$, $B(6; -3; 9)$, $C(9; 2; 5)$, и найти расстояние от точки $S(1; -3; 2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3; 3; -8)$ перпендикулярно плоскостям $3x + 3y + 2z - 6 = 0$ и $-x + y + z - 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 6; 8)$, $B(11; 5; 6)$, $C(15; 4; 3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y + 3 = 0 \\ -5x - 2y + z + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-9; 13; 26)$ на плоскость $-3x + 3y + 7z = -20$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+2}{2}$ и плоскостью $\pi : -2x - 4y - z + 6 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -3)$, $B(8; 6)$ и $C(1; 15)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;-1;0)$, $\boldsymbol{b}(-3;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8;0;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 8\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3;-5;-6)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;3;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;6;7)$, $B(7;7;10)$, $C(9;4;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(-2;-7;1)$, $Q(-5;0;5)$, $R(-4;-2;8)$, $S(-6;3;9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5;-10;3)$, $B(4;-11;-1)$, $C(6;-7;6)$, $S(-6;-7;-6)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;3;8)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{-2} = \frac{y+6}{5} = \frac{z+7}{-3}$ и $\frac{x+6}{1} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-3}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;9;3)$, $B(7;5;0)$, $C(2;8;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - y - z + 1 = 0 \\ -x - 3y + z + 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-36;-12;-6)$ на плоскость $-9x - 2y + z = 84$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi: 3x - 2y - 3z + 10 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;3)$, $B(-1;-11)$ и $C(-11;-5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;

(б) найти длину медианы BD;

(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;

(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;

(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;

(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);

(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-2;-2)$, $\boldsymbol{b}(0;3;-2)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;3;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 7\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(-4;5;-2)$, $\boldsymbol{c}(10;-14;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;5;4)$, $B(5;2;4)$, $C(5;-5;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(2;9;-8)$, $A_2(7;5;-10)$, $A_3(6;2;-3)$, $A_4(-2;12;-7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8;3;-3)$, $B(6;5;-2)$, $C(11;4;-2)$, $S(-8;-8;-5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9;6;9)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{3} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{2}$ и перпендикулярно плоскости $4x - 7y + 3z - 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;2;3)$, $B(2;0;-1)$, $C(4;1;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 7x - 5y - 7z + 16 = 0 \\ -4x + 3y + 3z - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;-2;6)$ относительно плоскости $3x - 7y + 6z = 15$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{-1}$ и плоскостью $\pi: -4x + y - z = -8$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-1)$, $B(-10;8)$ и $C(15;3)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; 2; -3)$, $\boldsymbol{b}(2; 1; -2)$, $\boldsymbol{c}(-2; 2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5; 3; -1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-4; 4; 3)$, $\boldsymbol{b}(11; -8; -8)$, $\boldsymbol{c}(-5; 5; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 5; 4)$, $B(0; 6; 5)$, $C(-3; 10; 10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(0; -3; -4)$, $Q(-2; -4; 3)$, $R(-7; -6; 5)$, $S(3; -2; -5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; 4; 4)$, $B(0; 3; 4)$, $C(-4; -3; 5)$, $S(8; -5; 3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6; -1; -4)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 8y - 1 = 0$ и $-2x + 9y - z + 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 2; 7)$, $B(-4; 3; 2)$, $C(7; 0; 16)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 7y + z - 18 = 0 \\ -x - 2y \quad\quad + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(16; -13; 5)$ относительно плоскости $-6x + 5y - 3z + 1 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+2}{5}$ и плоскостью $\pi : x + y + z = -4$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; 2)$, $B(23; -8)$ и $C(9; -10)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро DC в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;4;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;-6;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-10;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 6\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(16;3;-5)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;1)$, $\boldsymbol{c}(-4;1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;0;6)$, $B(7;1;1)$, $C(8;2;-2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(-10;-7;2)$, $B(-7;-5;-8)$, $C(-8;-6;-3)$, $D(-11;-8;-11)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5;2;-1)$, $B(7;9;-2)$, $C(4;3;0)$, и найти расстояние от точки $S(7;4;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;4;-8)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+6}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $2x + 2y - 3z = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;5;6)$, $B(16;2;1)$, $C(11;4;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} \quad x + y \qquad -1 = 0 \\ -2x - 4y + z - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(15;-2;-3)$ относительно плоскости $-7x + y + 32 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi: 5x + y + 4z = 1$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;1)$, $B(-20;-25)$ и $C(-20;-5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 2; -3)$, $\boldsymbol{b}(1; -2; 4)$, $\boldsymbol{c}(-2; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7; -2; 8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1; -1; -2)$, $\boldsymbol{b}(2; 1; -3)$, $\boldsymbol{c}(-1; -1; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 6; 8)$, $B(10; 11; 7)$, $C(9; 4; 8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-7; 6; 8)$, $Q(-8; 9; 7)$, $R(-2; 6; 1)$, $S(-5; 7; 5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; -3; -7)$, $B(-5; -1; -6)$, $C(-5; -2; -11)$, $S(6; -6; -1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8; -7; 4)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z+5}{-3}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 4y + 2z - 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 3; 0)$, $B(0; 2; 5)$, $C(9; 4; -6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - 2y + z - 24 = 0 \\ -4x + 3y - 2z + 27 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-2; -30; 18)$ на плоскость $-x + 8y - 6z - 58 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-2}$ и плоскостью $\pi : 3x + y - 2z + 11 = 0$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 0)$, $B(10; -2)$ и $C(-12; -8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overline{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1}=\boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q}=\overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(-5;-1;5)$, $\boldsymbol{c}(3;2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;5;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=4$, $|\boldsymbol{n}|=\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(6;1;-3)$, $\boldsymbol{b}(13;-2;-17)$, $\boldsymbol{c}(-4;-1;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n_0}$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;7;0)$, $B(2;8;1)$, $C(0;6;0)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-4\boldsymbol{m}-4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=4$, $|\boldsymbol{n}|=2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A,B,C,D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(0;3;-7)$, $B(-5;6;-5)$, $C(-3;5;-7)$, $D(2;1;-6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5;-3;-1)$, $B(4;-4;0)$, $C(7;-2;6)$, и найти расстояние от точки $S(-4;4;-7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;8;-7)$ перпендикулярно плоскостям $-7x+3y+z=0$ и $-2x+2y+z-8=0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;9;7)$, $B(-7;6;-3)$, $C(-2;8;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x+3y-z+19=0 \\ 2x+2y-z+21=0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-13;-7;-17)$ на плоскость $5x+4y+2z=53$.

13. Найти угол между прямой $l:\frac{x+1}{-2}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+8}{-2}$ и плоскостью $\pi:-x+y+2z=9$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;-2)$, $B(17;-6)$ и $C(-7;2)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-13Б.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;0;4)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;0)$, $\boldsymbol{c}(0;2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-4;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(-3;4;1)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;5;5)$, $B(6;6;6)$, $C(-1;2;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(2;-7;-7)$, $B(-6;-2;-8)$, $D(11;-4;-12)$, $E(4;-8;-7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;8;0)$, $B(6;9;0)$, $C(-11;6;1)$, и найти расстояние от точки $S(7;7;7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;1;1)$ перпендикулярно плоскостям $x - 9y = -4$ и $-x + 10y + z = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;5;0)$, $B(5;6;0)$, $C(8;4;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ 6x - y - 27 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-1;-27;12)$ на плоскость $x - 7y + 7z + 25 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{-2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+1}{-2}$ и плоскостью $\pi: -2x - 2y - 3z = 2$.

14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;-1)$, $B(-7;13)$ и $C(-13;-9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.