Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-3;5)$, $\boldsymbol{b}(2;0;1)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;7;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 7\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3;-5;4)$, $\boldsymbol{b}(-4;-1;-5)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;1;3)$, $B(4;2;5)$, $C(4;3;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Лежат ли точки $A(4;6;7)$, $B(6;-3;0)$, $C(5;4;6)$, $D(4;7;8)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-8;7;1)$, $A_2(-15;4;-2)$, $A_4(-6;8;2)$, $B_1(-15;5;-3)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -x - z - 12 = 0$ и $\beta: x - 3y + 7z = 15$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;7;-2)$, $B(-7;9;-1)$, $C(-7;8;-4)$, $S(3;8;5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5;-3;-2)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+8}{3}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y + z = -5$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;1;9)$, $B(10;2;7)$, $C(9;2;8)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x+y+1=0 \\ -x-y-z-15=0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;-6;4)$ относительно плоскости $-y + 3z + 7 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+1}{1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi: 3x - 3y - 5z - 2 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;2)$, $B(15;4)$ и $C(-3;-2)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;3;-2)$, $\boldsymbol{b}(-3;3;1)$, $\boldsymbol{c}(0;2;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;-5;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-4;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(5;0;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;8;5)$, $B(10;0;0)$, $C(-1;13;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(1;8;1)$, $B(-1;5;3)$, $C(1;11;5)$, $D(-2;7;8)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(8;1;5)$, $Q(6;0;4)$, $R(3;-1;1)$, $S(7;2;3)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + z + 9 = 0$ и $\beta : 3x + 3y + 9z = -3$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;10;-7)$, $B(3;9;-7)$, $C(7;7;-8)$, $S(-4;-1;-6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;6;7)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $-3x - 9y + 7z = -4$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;3;9)$, $B(-2;13;6)$, $C(7;0;10)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + 3y - z + 10 = 0 \\ -3x - 2y - z - 1 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;-10;-5)$ относительно плоскости $-7y - z = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-5} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-1}{5}$ и плоскостью $\pi : x + y + z - 12 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;0)$, $B(-9;10)$ и $C(4;16)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;3;1)$, $\boldsymbol{b}(1;-5;4)$, $\boldsymbol{c}(0;5;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;-7;9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1;3;-3)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;-4)$, $\boldsymbol{c}(7;-14;11)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;6;1)$, $B(2;5;0)$, $C(3;12;0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(2;-3;-1)$, $\boldsymbol{b}(1;0;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;0)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(3;6;5)$, $A_2(3;7;7)$, $A_4(2;6;0)$, $B_1(10;-4;14)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + z - 1 = 0$ и $\beta : 6x + 6y + 2z = 9$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8;0;5)$, $B(7;-1;4)$, $C(11;2;-2)$, и найти расстояние от точки $S(7;3;7)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9;-3;-4)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+6}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x - y - 7z + 6 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;3;6)$, $B(5;5;7)$, $C(12;0;4)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ 3x - 5y + z + 14 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-5;15;-10)$ относительно плоскости $-3x + 8y - 7z = 22$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + 3y - 3z - 2 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-2)$, $B(-19;2)$ и $C(5;-6)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро DD_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;0;-4)$, $\boldsymbol{b}(2;-5;6)$, $\boldsymbol{c}(0;-2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;4;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3;2;-2)$, $\boldsymbol{b}(-11;-9;4)$, $\boldsymbol{c}(5;3;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;8;0)$, $B(1;9;-1)$, $C(-1;-2;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(2;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-5;3;9)$, $\boldsymbol{c}(5;5;-4)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(2;2;2)$, $B(4;1;1)$, $D(5;1;1)$, $A_1(3;0;-4)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -x + 3y + z = -8$ и $\beta: -4y - z + 3 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9;7;1)$, $B(7;5;4)$, $C(8;8;2)$, и найти расстояние от точки $S(1;-6;-2)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;8;5)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{-5} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{-2}$ и $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{-1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;6;9)$, $B(12;5;18)$, $C(13;5;19)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 3z + 23 = 0 \\ x + 2y - 2z - 11 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(33;41;-46)$ на плоскость $8x + 9y - 9z = 143$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+4}{-2} = \frac{y+8}{-5} = \frac{z+2}{-1}$ и плоскостью $\pi: -2x - y - z = 11$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;4)$, $B(28;22)$ и $C(14;0)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;2;-4)$, $\boldsymbol{b}(2;1;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;0;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;9;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-3;2;4)$, $\boldsymbol{c}(-3;2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;1;7)$, $B(12;0;8)$, $C(19;-2;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(1;9;4)$, $B(4;7;-4)$, $C(-1;10;9)$, $D(0;10;7)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(0;6;-4)$, $A_2(7;3;-2)$, $A_3(3;-1;3)$, $A_4(10;2;-1)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -y - z + 10 = 0$ и $\beta: 5x + y + 2z = 9$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4;1;-7)$, $B(3;4;-5)$, $C(3;0;-6)$, $S(0;8;6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5;-2;-8)$ параллельно плоскости $-x - 4y + 2z = -4$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;8;6)$, $B(6;9;7)$, $C(8;6;6)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 2y - z - 7 = 0 \\ -x - y + z - 9 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-26;-20;7)$ на плоскость $-9x - 9y - z = -82$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+8}{-1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-6}{1}$ и плоскостью $\pi: -3x - 5y - 5z + 6 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4;1)$, $B(25;3)$ и $C(-8;9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(3;0;1)$, $\boldsymbol{c}(5;2;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(10;5;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 6\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(4;-3;2)$, $\boldsymbol{b}(-4;7;-3)$, $\boldsymbol{c}(-12;6;-11)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;7;4)$, $B(2;4;7)$, $C(1;6;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(0;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(9;-1;-7)$, $\boldsymbol{c}(1;0;-1)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(1;-3;-8)$, $B(0;6;-4)$, $D(1;-1;-7)$, $A_1(-3;4;-5)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + 2y + 9 = 0$ и $\beta : 4x + 3y + 2z = -1$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0;-6;-3)$, $B(2;-8;-4)$, $C(-1;-3;-2)$, $S(5;-7;-1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;9;-5)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y - 3z - 7 = 0$ и $-5x - 2y + 5z = -1$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;6;0)$, $B(2;8;0)$, $C(2;7;1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + y - 2z - 19 = 0 \\ -4x - y + z + 25 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;2;5)$ относительно плоскости $-5x - 7y - 8z - 15 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+4}{3}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y + z = -4$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;1)$, $B(0;-17)$ и $C(-11;-7)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(2;-2;5)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-10;2;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;2;1)$, $\boldsymbol{b}(-4;5;2)$, $\boldsymbol{c}(4;-5;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;0;6)$, $B(4;-3;8)$, $C(5;-2;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(1;2;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;-5;-7)$, $\boldsymbol{c}(-5;-1;0)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-8;-11;6)$, $A_2(-6;-6;1)$, $A_3(-9;-11;5)$, $A_4(-5;-5;3)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - y - 3z = 6$ и $\beta : -y - 4z - 6 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5;1;7)$, $B(6;-9;7)$, $C(4;10;8)$, и найти расстояние от точки $S(6;-3;6)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;-1;-9)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-5}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 8y + z = -4$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;3;2)$, $B(6;4;4)$, $C(8;1;-1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + y - z - 23 = 0 \\ -2x + y \qquad + 18 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-11;-19;-17)$ относительно плоскости $-3x - 8y - 7z + 1 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : x + y + 3z - 15 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;-2)$, $B(25;8)$ и $C(-1;10)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5; 5; 6)$, $\boldsymbol{b}(-1; 0; -3)$, $\boldsymbol{c}(-1; 1; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5; -3; -8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-12; 1; 3)$, $\boldsymbol{b}(-1; -1; -4)$, $\boldsymbol{c}(2; 1; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 2; 6)$, $B(12; 3; 6)$, $C(0; -1; 7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(4; 6; 1)$, $B(8; 6; -2)$, $C(7; 7; -1)$, $D(1; 4; 3)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(5; -2; 8)$, $B(3; -4; 9)$, $D(2; -2; 9)$, $A_1(8; -1; 6)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x + z - 4 = 0$ и $\beta : -8x - y + 4z = 11$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 7; -3)$, $B(1; 8; -3)$, $C(-10; 6; -2)$, и найти расстояние от точки $S(1; 0; 0)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0; 8; -7)$ перпендикулярно плоскостям $7x + 4y + 3z = 5$ и $2x + y + z + 6 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 3; 0)$, $B(7; 0; 5)$, $C(9; 5; -3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 6x - 2y - 3z + 9 = 0 \\ x - y - 2z - 13 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(8; -3; 11)$ на плоскость $5x - y + 4z - 3 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + 2z - 10 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -1)$, $B(-5; -8)$ и $C(4; -9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; -1; -1)$, $\boldsymbol{b}(-4; 3; -4)$, $\boldsymbol{c}(2; 1; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1; 8; -5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-7; -3; 3)$, $\boldsymbol{b}(-2; -2; -3)$, $\boldsymbol{c}(4; 5; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 9; 4)$, $B(1; 10; 3)$, $C(3; 17; 2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(2; 2; 6)$, $B(3; 1; 6)$, $C(1; -4; -1)$, $D(2; 3; 7)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(3; -7; 3)$, $Q(4; -13; 4)$, $R(2; 0; 2)$, $S(6; 1; -6)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + 5y - 2z = 13$ и $\beta : x + z + 7 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 6; 8)$, $B(-5; 8; 7)$, $C(8; 1; 11)$, $S(-8; 4; 1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8; -9; -8)$ перпендикулярно плоскостям $-2x + y + 1 = 0$ и $x - y + z - 4 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 2; 4)$, $B(-1; -1; 3)$, $C(8; 12; 7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + z + 2 = 0 \\ 3x + 3y + 4z + 28 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1; -7; 3)$ относительно плоскости $x - 9y + 2z - 25 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{1} = \frac{y-1}{-6} = \frac{z+3}{3}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = -4$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; 3)$, $B(-6; -25)$ и $C(-14; -9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;-4)$, $\boldsymbol{c}(1;0;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;2;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-5;6)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;7;9)$, $B(10;2;8)$, $C(8;9;11)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(6;7;7)$, $B(7;6;5)$, $C(10;5;2)$, $D(12;5;6)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(2;7;9)$, $A_2(7;6;6)$, $A_3(11;4;5)$, $A_4(12;8;0)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -x - y + 4 = 0$ и $\beta: x + 8y + z = -14$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;5;7)$, $B(2;3;7)$, $C(0;0;8)$, и найти расстояние от точки $S(-1;-6;-4)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;2;-1)$ перпендикулярно плоскостям $-3x - y + 2z - 3 = 0$ и $2x - y + z + 3 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;1;6)$, $B(3;-2;-1)$, $C(5;-1;2)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 2y + z - 3 = 0 \\ -2x + 5y - 4z + 7 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1;11;-3)$ относительно плоскости $x - 5y - 9 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{5} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-7}{4}$ и плоскостью $\pi: x - y - z = -2$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;2)$, $B(-6;23)$ и $C(-15;-10)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AB в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; 2; -1)$, $\boldsymbol{b}(-3; -4; 2)$, $\boldsymbol{c}(4; 3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4; -6; 3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2; -2; 1)$, $\boldsymbol{b}(-1; 2; -4)$, $\boldsymbol{c}(-2; 2; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 0; 3)$, $B(6; 2; -4)$, $C(-6; -3; 13)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(6; 1; 9)$, $B(9; -4; 11)$, $C(7; 0; 9)$, $D(5; 3; 8)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-6; -5; 3)$, $B(-8; -6; 1)$, $D(-3; -3; 7)$, $E(1; -4; 10)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 5x - 7y + 3z = 1$ и $\beta : -x - y + 9 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; 3; 8)$, $B(-6; 12; 7)$, $C(-9; 1; 9)$, и найти расстояние от точки $S(7; 5; -2)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4; -5; -2)$ параллельно прямой $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z}{5}$ и перпендикулярно плоскости $x + 2y + z = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 9; 8)$, $B(3; 10; 11)$, $C(17; 7; 3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - y - z - 8 = 0 \\ -2x + y - 2z + 17 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-5; -8; 43)$ на плоскость $3x + 4y - 9z + 10 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-1}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z = 15$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -3)$, $B(-8; 27)$ и $C(8; 15)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро DD_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; -5; 4)$, $\boldsymbol{b}(2; -3; 3)$, $\boldsymbol{c}(2; -6; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7; -10; 10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2; -3; -2)$, $\boldsymbol{b}(4; 5; 3)$, $\boldsymbol{c}(-5; -6; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 5; 5)$, $B(6; 6; 5)$, $C(10; 6; 6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(0; 2; 0)$, $B(-1; 6; -5)$, $C(-1; 4; -3)$, $D(1; -1; 4)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(-2; -2; 10)$, $Q(8; -1; 4)$, $R(6; 0; 7)$, $S(-1; -3; 9)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 3x + 3z - 13 = 0$ и $\beta : -x + y - 3z = -8$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6; 1; 1)$, $B(-5; 7; 0)$, $C(-4; 8; 0)$, и найти расстояние от точки $S(6; 4; -1)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7; 7; -5)$ перпендикулярно плоскостям $-2x + y - 5z = -1$ и $-3x + y - 7z - 7 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 9; 4)$, $B(2; 4; 7)$, $C(19; 16; 0)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y \qquad + 2 = 0 \\ 5x + 2y + z + 4 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0; 4; -4)$ относительно плоскости $3x - z - 9 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-3} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+4}{-2}$ и плоскостью $\pi : -3x + y + z + 2 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -1)$, $B(-16; -2)$ и $C(6; 5)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(6;4;-3)$, $\boldsymbol{b}(4;1;-3)$, $\boldsymbol{c}(3;2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;2;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-9;-12)$, $\boldsymbol{b}(1;-5;1)$, $\boldsymbol{c}(1;2;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;7;4)$, $B(-2;8;5)$, $C(-9;9;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(3;1;5)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;-4)$, $\boldsymbol{c}(2;1;3)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(10;-1;-14)$, $A_2(8;4;-4)$, $A_3(10;-3;-12)$, $A_4(7;6;3)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x + 2y + 5z = -7$ и $\beta : -y - 2z + 11 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;-5;-7)$, $B(-1;-6;-6)$, $C(-8;-7;-6)$, и найти расстояние от точки $S(-1;7;2)$ до этой плоскости.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(0;-4;-2)$ параллельно плоскости $-x + y + z + 6 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{-10} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+4}{4}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;3;4)$, $B(-5;6;-4)$, $C(3;1;9)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x + y - 2z + 17 = 0 \\ 2x - y + 3z - 19 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3;0;-1)$ относительно плоскости $x - z = 1$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскостью $\pi : 5x + 4y + 2z + 8 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-5)$, $B(-6;18)$ и $C(5;-9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; -1; -2)$, $\boldsymbol{b}(2; -1; 1)$, $\boldsymbol{c}(-4; 2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5; 4; -2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-3; 3; 1)$, $\boldsymbol{b}(4; 1; -6)$, $\boldsymbol{c}(-1; -1; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 7; 2)$, $B(9; 10; 1)$, $C(10; 6; 1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(3; 1; 7)$, $B(8; 2; 11)$, $C(6; 0; 11)$, $D(7; -1; 12)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(5; 7; -5)$, $Q(10; 6; -2)$, $R(12; 5; 1)$, $S(10; 5; 0)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x + y - 8z = -9$ и $\beta : x + z - 14 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4; -4; -7)$, $B(11; -1; -3)$, $C(-6; -8; -12)$, $S(-5; 7; -7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6; 0; 1)$ перпендикулярно плоскостям $x + 9y = 6$ и $-x - y + z = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 1; 1)$, $B(8; 9; -8)$, $C(8; 8; -7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - 2y - z + 15 = 0 \\ -2x - y - z - 29 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-7; -26; -4)$ на плоскость $x - 10y + z = 45$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : 6x - 2y - z + 2 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -2)$, $B(1; -12)$ и $C(-8; -10)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;-3;3)$, $\boldsymbol{b}(-5;-5;4)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;6;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 5\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(0;15;-7)$, $\boldsymbol{b}(2;-6;3)$, $\boldsymbol{c}(2;-5;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;0;5)$, $B(12;1;4)$, $C(-5;-1;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(1;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(4;-3;-7)$, $\boldsymbol{c}(-5;-4;5)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-3;3;0)$, $B(2;1;3)$, $D(1;2;3)$, $E(4;0;5)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -y - z - 1 = 0$ и $\beta : 4x + 6y - 5z = 15$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0;-4;6)$, $B(-3;-3;5)$, $C(2;-3;6)$, $S(0;3;5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;0;6)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{-5} = \frac{y-1}{7} = \frac{z+1}{4}$ и перпендикулярно плоскости $2x - 3y - 3z - 8 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;0;4)$, $B(0;-3;6)$, $C(2;2;3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 6z - 18 = 0 \\ -x + 2y - 7z + 20 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;7;-1)$ относительно плоскости $5x - 7y + 7 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{3} = \frac{y+6}{4} = \frac{z-5}{5}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z - 4 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;-5)$, $B(-5;-6)$ и $C(-4;-11)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро BB_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4; 4; 3)$, $\boldsymbol{b}(4; -5; -4)$, $\boldsymbol{c}(-3; 1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4; 3; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(0; 0; -1)$, $\boldsymbol{b}(4; -2; 3)$, $\boldsymbol{c}(2; -1; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 5; 3)$, $B(5; 10; 4)$, $C(8; 6; 2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(0; 9; 0)$, $B(8; 6; 9)$, $C(2; 12; 1)$, $D(3; 11; 2)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(7; 7; -5)$, $Q(7; 9; -8)$, $R(6; 12; -10)$, $S(4; 2; 1)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -4x + 9y - z = 15$ и $\beta : y - z + 9 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; 4; 4)$, $B(7; 7; 5)$, $C(6; 3; 5)$, $S(0; 0; 1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7; -3; -8)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-6}{1}$ и перпендикулярно плоскости $7x + 3y + 2z - 1 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 7; 1)$, $B(8; 0; 5)$, $C(6; 5; 2)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - y + z - 15 = 0 \\ x - 2y + z - 17 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(4; 16; -1)$ на плоскость $x + 3y + z - 29 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + 5y - 2z = -1$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -1)$, $B(17; -11)$ и $C(5; 3)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 2; -5)$, $\boldsymbol{b}(0; 1; -2)$, $\boldsymbol{c}(3; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8; 3; -7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-5; -2; 9)$, $\boldsymbol{b}(1; -4; -7)$, $\boldsymbol{c}(4; -2; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 0; 9)$, $B(9; 9; 9)$, $C(7; -4; 10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(0; 8; 9)$, $B(-4; 7; 12)$, $C(-3; 8; 11)$, $D(-3; 3; 15)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(4; -4; -4)$, $B(1; -7; -5)$, $D(8; 0; -1)$, $E(0; -9; -8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x - 2y + 2z = -9$ и $\beta : -2y - z - 7 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; -3; -2)$, $B(3; -2; 2)$, $C(2; -2; 1)$, и найти расстояние от точки $S(-7; 8; -7)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10; 8; 0)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 2y - z - 8 = 0$ и $-x - 3y - 2z = -2$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 6; 7)$, $B(5; 10; -2)$, $C(3; 3; 14)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 9y - z + 25 = 0 \\ -x + 8y + 2z - 26 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(16; -19; -8)$ относительно плоскости $7x - 8y - 3z + 17 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{6} = \frac{y+6}{-4} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - y + z = -2$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2; 3)$, $B(7; 16)$ и $C(0; -3)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $2 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0; -3; -2)$, $\boldsymbol{b}(2; 4; 1)$, $\boldsymbol{c}(3; 3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; 10; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-4; -1; -2)$, $\boldsymbol{b}(5; 1; 3)$, $\boldsymbol{c}(-13; 3; -8)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 6; 5)$, $B(-6; 7; 6)$, $C(-5; 7; 7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(6; 5; 4)$, $B(7; 4; 3)$, $C(8; 4; 1)$, $D(12; 0; -3)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(4; -4; 2)$, $B(9; -1; 6)$, $D(2; -4; 3)$, $E(3; -5; 0)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 7x + 2y + z = -4$ и $\beta : x - y + 12 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10; 3; -8)$, $B(11; 4; -8)$, $C(9; 4; -7)$, $S(-4; -5; -2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2; -1; -7)$ перпендикулярно плоскостям $-4x + 3y + z = 7$ и $x - y = 5$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 0; 5)$, $B(9; -1; -1)$, $C(10; -1; -2)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} \quad x + 5y - 2z - 1 = 0 \\ -x - 4y + 3z - 7 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-3; -1; 5)$ относительно плоскости $-5x - 4y + 5z = 11$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-4} = \frac{y}{-2} = \frac{z-4}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z = 11$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -3)$, $B(-21; 28)$ и $C(12; 13)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-6;3;5)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(5;-4;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-10;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1;1;1)$, $\boldsymbol{b}(6;7;4)$, $\boldsymbol{c}(-2;-4;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;5;4)$, $B(13;3;5)$, $C(6;6;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(0;6;0)$, $B(-1;6;1)$, $C(1;11;-6)$, $D(0;7;-1)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-8;-2;-4)$, $A_2(-8;1;0)$, $A_3(-13;-6;-5)$, $A_4(-9;-4;-6)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -4x + z + 7 = 0$ и $\beta : 2x + y - z = -11$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4;2;-5)$, $B(-2;6;-4)$, $C(5;1;-5)$, $S(8;5;1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1;3;3)$ параллельно плоскости $-x + 4y = -3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{-2} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-3}{-1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;7;9)$, $B(4;5;8)$, $C(0;8;10)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} \ \ 5x - 3y - 8z + 19 = 0 \\ -3x + 2y + 5z - 13 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;-3;-1)$ относительно плоскости $x - z = -4$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{3} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-1}{2}$ и плоскостью $\pi : x - y - 2z = -6$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-1)$, $B(-30;21)$ и $C(5;-9)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;2;3)$, $\boldsymbol{b}(-3;-1;4)$, $\boldsymbol{c}(-1;0;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;5;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3;4;1)$, $\boldsymbol{b}(-9;18;2)$, $\boldsymbol{c}(5;-7;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;4;3)$, $B(3;11;1)$, $C(5;5;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(6;5;6)$, $B(5;3;9)$, $C(9;8;4)$, $D(5;7;1)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(-2;5;-8)$, $B(-4;6;-5)$, $C(4;5;-7)$, $D(-3;4;-10)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -2x - z - 1 = 0$ и $\beta: 2x - 3y + 2z = -14$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7;9;-3)$, $B(-3;12;-12)$, $C(-10;7;5)$, $S(-2;6;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;3;8)$ параллельно прямым $\frac{x}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+7}{-1}$ и $\frac{x+8}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{0}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;8;7)$, $B(3;9;6)$, $C(6;13;4)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 3y - 2z + 13 = 0 \\ -2x - 4y + 3z - 18 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-16;-1;4)$ на плоскость $3x - y - 3z = -2$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+8}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+5}{4}$ и плоскостью $\pi: x - 3y - z + 4 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;3)$, $B(-1;-11)$ и $C(3;-3)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;4;-4)$, $\boldsymbol{b}(-1;4;2)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-2;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(4;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-9;7;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;3;3)$, $B(7;4;2)$, $C(8;5;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(1;1;1)$, $B(8;-5;-4)$, $C(3;0;-1)$, $D(1;4;-1)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(5;1;9)$, $B(6;4;10)$, $C(9;10;10)$, $D(4;-1;7)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -y - z - 5 = 0$ и $\beta: 2x - 8y + 2z = -3$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5;-6;3)$, $B(-4;-5;4)$, $C(-6;-3;3)$, $S(1;7;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;-1;-8)$ перпендикулярно плоскостям $2x + 8y + z = -3$ и $x + y + z - 6 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;1;6)$, $B(5;2;6)$, $C(7;5;7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 4y - z + 11 = 0 \\ 5x - 7y - 2z + 17 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;1;5)$ относительно плоскости $x + 9y + 2z = -23$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+4}{-4} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z}{-5}$ и плоскостью $\pi: -x + y + z = 15$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1;-4)$, $B(1;-15)$ и $C(-5;-2)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;6;1)$, $\boldsymbol{b}(2;-3;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;-3;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 9\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(7;4;-5)$, $\boldsymbol{b}(-7;-1;6)$, $\boldsymbol{c}(2;1;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;0;7)$, $B(-1;4;6)$, $C(4;1;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(9;5;6)$, $B(12;7;5)$, $C(2;0;9)$, $D(10;6;5)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-6;2;-7)$, $B(-15;9;-10)$, $D(0;-3;-6)$, $A_1(-8;3;-8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -3x - 9y + 2z = 10$ и $\beta : x + y - 15 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7;2;0)$, $B(9;5;5)$, $C(6;1;-2)$, и найти расстояние от точки $S(-2;-7;-6)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;1;5)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{1} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-3}{0}$ и $\frac{x+2}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;8;9)$, $B(-5;12;3)$, $C(1;7;10)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 9x + y - 5z + 1 = 0 \\ 7x + y - 4z + 1 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-24;-10;11)$ на плоскость $7x + 9y - 10z - 92 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - y - 5z = 14$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5;-4)$, $B(-16;-2)$ и $C(3;0)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро AA_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;1;3)$, $\boldsymbol{b}(2;0;-3)$, $\boldsymbol{c}(-5;2;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;3;10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(7;6;-2)$, $\boldsymbol{b}(-4;-3;1)$, $\boldsymbol{c}(-5;-4;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;9;8)$, $B(2;10;8)$, $C(-2;8;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(4;1;3)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;-3)$, $\boldsymbol{c}(8;1;5)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(7;-2;-7)$, $A_2(10;6;-5)$, $A_4(6;1;-6)$, $B_1(4;-11;-9)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x - 3y + 2z = 3$ и $\beta : 3x + z - 6 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;0;-1)$, $B(-4;-9;-1)$, $C(-7;10;0)$, и найти расстояние от точки $S(2;7;2)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;3;-2)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{0}$ и перпендикулярно плоскости $2x + y + z = -3$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;7;3)$, $B(6;11;1)$, $C(5;12;0)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - z + 9 = 0 \\ x + 2y + 2z - 15 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-13;0;7)$ на плоскость $3x + y - 3z + 3 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x + y + z = -3$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-5)$, $B(18;-11)$ и $C(25;11)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-1;4)$, $\boldsymbol{b}(-2;0;3)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-5;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(5;6;5)$, $\boldsymbol{b}(2;4;3)$, $\boldsymbol{c}(-7;-10;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;7;5)$, $B(7;17;2)$, $C(2;4;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(1;5;7)$, $\boldsymbol{b}(0;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;1;3)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(0;-2;1)$, $B(-3;-7;4)$, $D(-1;-5;2)$, $E(-3;-8;3)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 2x - y - z = -5$ и $\beta : 3x - 2y + 12 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;-7;3)$, $B(11;-5;0)$, $C(-3;-8;5)$, $S(7;8;2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8;6;-10)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{-1} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z+5}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $2x + 9y + 3z - 7 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;2;5)$, $B(10;-3;2)$, $C(-1;5;7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 5y + z - 16 = 0 \\ -2x - y + z + 1 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;6;-2)$ относительно плоскости $-5x + 8y + 3z = -17$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{6} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = -12$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;2)$, $B(-14;4)$ и $C(-11;18)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;2;3)$, $\boldsymbol{b}(6;1;4)$, $\boldsymbol{c}(-3;1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;2;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-2;7)$, $\boldsymbol{b}(-10;5;-11)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;9;7)$, $B(8;7;6)$, $C(7;12;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(8;1;5)$, $B(5;8;2)$, $C(12;-2;10)$, $D(9;-5;5)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(0;9;-9)$, $Q(3;7;0)$, $R(1;8;-11)$, $S(2;8;-13)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -5x + 2y + z = -5$ и $\beta : 2x - z - 6 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;-1;-7)$, $B(4;0;-7)$, $C(3;1;-6)$, $S(6;-2;-5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;-1;5)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{9} = \frac{z+8}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 5y + z + 1 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;3;3)$, $B(4;2;-4)$, $C(-1;4;8)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 9y - z - 28 = 0 \\ -\ x - 4y + z + 13 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-4;0;-20)$ относительно плоскости $-3x - y - 8z + 13 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$ и плоскостью $\pi : -3x + 2y - 3z = -3$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2;1)$, $B(30;5)$ и $C(-2;5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;4;-4)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;3)$, $\boldsymbol{c}(-3;3;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;4;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;3;2)$, $\boldsymbol{b}(-13;20;12)$, $\boldsymbol{c}(3;-7;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;4;7)$, $B(8;2;-3)$, $C(4;5;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(-3;4;-7)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;3)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(2;-3;5)$, $B(4;-8;3)$, $C(3;-1;7)$, $D(1;3;8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -2x + 2z + 2 = 0$ и $\beta : 2x + y - 2z = 7$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7;4;-10)$, $B(8;5;-7)$, $C(8;6;-6)$, и найти расстояние от точки $S(-7;-7;-8)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8;9;4)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y - z + 3 = 0$ и $x + y = -3$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;6;7)$, $B(10;5;10)$, $C(7;9;-1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 4x + y - z + 5 = 0 \\ -5x + y - 23 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(23;-9;2)$ на плоскость $-5x + 5y - z + 9 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-4} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+6}{5}$ и плоскостью $\pi : x - y + z + 8 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-1)$, $B(-29;9)$ и $C(-3;11)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;0;3)$, $\boldsymbol{b}(4;3;2)$, $\boldsymbol{c}(0;1;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-1;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-5;6;-6)$, $\boldsymbol{b}(-3;9;-16)$, $\boldsymbol{c}(2;-3;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;0;1)$, $B(1;-7;1)$, $C(-1;-2;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;0)$, $\boldsymbol{b}(-4;1;-8)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;-9)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(-1;9;-7)$, $Q(-5;7;-6)$, $R(8;7;-5)$, $S(9;8;-5)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -8x - y - 2z = -12$ и $\beta: x - z + 14 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10;-1;-3)$, $B(12;-8;-4)$, $C(9;0;-2)$, и найти расстояние от точки $S(-7;-4;8)$ до этой плоскости.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3;-5;-3)$ параллельно плоскости $x + 4y + z - 9 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-5}{5} = \frac{z+6}{0}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;5;5)$, $B(4;8;6)$, $C(4;9;7)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 2z + 12 = 0 \\ -2x - y - z - 13 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(19;-30;-12)$ на плоскость $-6x + 8y + z = -63$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x+2}{-2} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi: 2x + 4y - 2z = -2$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;4)$, $B(-10;-19)$ и $C(-11;-4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; -1; -2)$, $\boldsymbol{b}(3; 2; 2)$, $\boldsymbol{c}(-3; -2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3; -1; 3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2; 1; 1)$, $\boldsymbol{b}(-1; -2; 3)$, $\boldsymbol{c}(1; 0; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 8; 6)$, $B(2; 7; 10)$, $C(-1; 9; 7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(2; 3; -1)$, $\boldsymbol{b}(1; 3; 6)$, $\boldsymbol{c}(5; 8; -2)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(9; -6; 1)$, $Q(11; -11; -4)$, $R(12; -1; -6)$, $S(10; -8; -1)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + y + z = 15$ и $\beta : -x - 5y - 14 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 10; 5)$, $B(-1; 11; 6)$, $C(1; 9; 5)$, $S(6; -6; -7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1; -10; 7)$ параллельно плоскости $-6x + y + 6 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-6}{1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 2; 0)$, $B(2; 1; 1)$, $C(3; 1; 2)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y + 3z + 22 = 0 \\ -3x + y - 2z - 26 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-2; -30; -31)$ на плоскость $-3x - 7y - 10z - 52 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $\pi : -5x + 5y + z - 5 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3; -5)$, $B(-14; 1)$ и $C(9; -1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;4;5)$, $\boldsymbol{b}(-3;2;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;4;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(4;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(7;-2;-4)$, $\boldsymbol{c}(-8;9;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;8;3)$, $B(8;13;4)$, $C(9;14;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(1;3;8)$, $B(4;4;5)$, $C(-2;8;5)$, $D(3;4;6)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(3;-3;0)$, $B(6;1;-7)$, $D(5;-4;1)$, $E(-2;-8;9)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - 3y - 5z = 8$ и $\beta : 2x + y - 10 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9;3;10)$, $B(10;-5;9)$, $C(10;-4;10)$, $S(3;-7;1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;1;-2)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $5x + 4y + 3z = 2$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;9;4)$, $B(10;10;10)$, $C(9;10;9)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 2y + z - 18 = 0 \\ -x - 3y - 5 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;-4;3)$ относительно плоскости $-y-z = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z-8}{3}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y + z + 12 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;-3)$, $B(-14;-1)$ и $C(-16;-19)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;0;-1)$, $\boldsymbol{b}(-3;-2;2)$, $\boldsymbol{c}(1;5;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;8;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3;4;4)$, $\boldsymbol{b}(3;1;5)$, $\boldsymbol{c}(0;4;-13)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;0;7)$, $B(10;-1;8)$, $C(7;-6;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(9;9;1)$, $B(10;8;1)$, $C(15;2;2)$, $D(8;11;0)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(-1;-2;-2)$, $Q(-3;-7;-5)$, $R(-3;5;1)$, $S(-2;0;-1)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 3x + y + 5z = -13$ и $\beta : 2x + z - 3 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;-7;-4)$, $B(-1;-8;-5)$, $C(-12;-5;-3)$, $S(-1;0;-7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(6;5;-5)$ параллельно плоскости $x + 3y + 9z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+8}{-1} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z}{-5}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;3;7)$, $B(4;10;16)$, $C(2;-3;-1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 9y - z - 21 = 0 \\ -x - 7y + z + 9 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;1;-14)$ относительно плоскости $-x - 5z = 7$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z+8}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y + 3z = 15$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;-4)$, $B(-5;-25)$ и $C(4;2)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро BB_1 в отношении $2 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; -5; 3)$, $\boldsymbol{b}(1; -3; 1)$, $\boldsymbol{c}(-1; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3; -3; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 7\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3; 5; 4)$, $\boldsymbol{b}(2; -3; -2)$, $\boldsymbol{c}(-6; 1; 6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 1; 7)$, $B(0; 2; 6)$, $C(8; -1; 10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(5; 1; 9)$, $B(6; -8; 2)$, $C(5; 2; 10)$, $D(4; 5; 11)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(0; 4; 6)$, $Q(0; 3; 3)$, $R(1; 0; 1)$, $S(2; 3; 11)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : 3x + 8y - 2z = 13$ и $\beta : x + y - 14 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9; 3; 3)$, $B(8; 5; 0)$, $C(8; 4; 2)$, $S(5; 2; 6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10; 2; -5)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{6}$ и перпендикулярно плоскости $x + y - 5z = 5$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 4; 4)$, $B(-3; 6; 5)$, $C(4; 1; 2)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -\ x\ +\ y\ - z - 11 = 0 \\ \ \ 7x + 2y - z - 12 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-18; 22; 15)$ относительно плоскости $7x - 9y - 6z = 1$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-7} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+1}{3}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z = 15$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 2)$, $B(-12; 0)$ и $C(6; 6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DC в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;1;-4)$, $\boldsymbol{b}(3;-2;4)$, $\boldsymbol{c}(2;0;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;2;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(5;2;3)$, $\boldsymbol{b}(2;1;1)$, $\boldsymbol{c}(0;-5;-9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;1;5)$, $B(2;-1;4)$, $C(3;0;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(7;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(7;9;2)$, $\boldsymbol{c}(3;-6;1)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(2;-1;7)$, $B(-5;-10;15)$, $C(1;-3;8)$, $D(4;2;6)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : x - 3y - z = 6$ и $\beta : x + 2z - 3 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10;-7;10)$, $B(11;-8;8)$, $C(11;-10;9)$, $S(-7;5;-2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4;-3;-2)$ параллельно плоскости $-3x + y + 5 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{-4} = \frac{y+5}{2} = \frac{z+7}{1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;0;9)$, $B(-3;2;8)$, $C(-8;5;6)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x + y + 25 = 0 \\ -2x - 2y + z + 8 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(23;25;6)$ на плоскость $8x + 5y + z = -45$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : 4x + y - z = 4$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1;-5)$, $B(22;-8)$ и $C(-11;-17)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5; 3; -1)$, $\boldsymbol{b}(-4; 0; -3)$, $\boldsymbol{c}(5; -1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7; 7; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -7\boldsymbol{m} + 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3; -5; 5)$, $\boldsymbol{b}(2; -1; 4)$, $\boldsymbol{c}(-1; -2; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 5; 6)$, $B(0; 8; 8)$, $C(11; 3; 5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, где $A(2; 5; 7)$, $B(8; 9; 8)$, $C(6; 7; 8)$, $D(5; 6; 9)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(0; -2; 9)$, $A_2(4; 1; 8)$, $A_3(-2; -3; 7)$, $A_4(3; 0; 8)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x - 5y - 2z = 11$ и $\beta : x + z + 2 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6; -9; -4)$, $B(-8; -7; -7)$, $C(-9; -8; -5)$, и найти расстояние от точки $S(3; 8; -6)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1; -2; 8)$ перпендикулярно плоскостям $2x - 4y + z + 1 = 0$ и $x + 3y + z + 1 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 4; 7)$, $B(2; 5; 10)$, $C(-3; 3; 2)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 8x + 2y - z - 27 = 0 \\ 7x + y \qquad - 15 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3; -2; 4)$ относительно плоскости $-8x + 7y - 5z - 11 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{5} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 2z + 3 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -1)$, $B(15; -10)$ и $C(26; 7)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро AD в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;1;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;5;2)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;2;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 9\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;7;8)$, $B(6;6;8)$, $C(6;-2;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(0;4;3)$, $B(3;6;8)$, $C(-2;5;2)$, $D(1;4;4)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(1;-4;5)$, $A_2(5;-8;2)$, $A_3(5;-13;1)$, $A_4(6;-16;0)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -5x - y + 4z = 1$ и $\beta : y + z - 10 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;8;-4)$, $B(-1;7;-9)$, $C(-3;10;0)$, и найти расстояние от точки $S(8;3;1)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;5;6)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+7}{1}$ и перпендикулярно плоскости $2x - y - 2z = -4$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;3;2)$, $B(8;1;-2)$, $C(8;2;-1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ -x + 2y + 5z - 29 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(12;-9;-22)$ относительно плоскости $-6x + 5y + 9z - 40 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y + 4z = -13$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-2;-2)$, $B(4;-19)$ и $C(-10;-14)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;2;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;5;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4;7;-1)$, $\boldsymbol{b}(2;-5;-5)$, $\boldsymbol{c}(7;-5;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;7;0)$, $B(6;5;-1)$, $C(7;4;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(2;1;1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-3;1)$, $\boldsymbol{c}(1;4;-3)$?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-2;-4;6)$, $A_2(0;-3;7)$, $A_3(3;-1;12)$, $A_4(-5;-4;6)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: -x - y - z = -1$ и $\beta: -5y + 4z + 5 = 0$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5;-1;-4)$, $B(1;-2;-2)$, $C(0;-2;-3)$, $S(7;-3;-7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;-9;-9)$ перпендикулярно плоскостям $3x + y + z - 2 = 0$ и $2x - y = 1$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;5;4)$, $B(2;6;4)$, $C(-3;2;3)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y + 3z - 17 = 0 \\ 3x - y - 2z + 26 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(9;-23;10)$ на плоскость $-8x + 7y - 3z + 19 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi: -4x + 3y - z = 6$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;-5)$, $B(8;-7)$ и $C(5;-21)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;1;0)$, $\boldsymbol{b}(0;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-2;5;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8;-7;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -8\boldsymbol{m} - 7\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(-7;4;6)$, $\boldsymbol{c}(-2;2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;3;9)$, $B(12;4;10)$, $C(7;2;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Лежат ли точки $A(1;9;0)$, $B(-2;17;-5)$, $C(1;8;1)$, $D(0;13;-3)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-9;-8;8)$, $A_2(-13;-4;5)$, $A_3(-4;-10;11)$, $A_4(-10;-3;6)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -7x - 3y + 5z = 10$ и $\beta : -x - z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;2;0)$, $B(1;5;3)$, $C(1;4;4)$, и найти расстояние от точки $S(8;8;3)$ до этой плоскости.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;-9;-1)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{0}$ и перпендикулярно плоскости $3x + y + z = 8$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;1;1)$, $B(7;0;1)$, $C(13;5;0)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y + z + 11 = 0 \\ 3x - y \qquad - 4 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(4;-12;21)$ на плоскость $3x - 7y + 6z + 60 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z+8}{3}$ и плоскостью $\pi : x - y + z = -14$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4;-4)$, $B(18;-6)$ и $C(0;-8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;2;5)$, $\boldsymbol{b}(1;5;2)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;-1;9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;-2;4)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(-6;1;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;0;6)$, $B(-5;1;7)$, $C(4;-1;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Лежат ли точки $A(1;8;5)$, $B(8;6;8)$, $C(6;5;7)$, $D(-2;9;4)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-3;-3;2)$, $B(0;-6;4)$, $D(-5;2;1)$, $A_1(-5;-4;1)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + 5z - 13 = 0$ и $\beta : -2x - y - z = -11$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5;1;5)$, $B(6;2;6)$, $C(6;0;5)$, $S(-1;-3;-2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;-8;6)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{-3}$ и перпендикулярно плоскости $2x - y + 2z = -2$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;5;9)$, $B(7;2;13)$, $C(8;3;12)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y - 3z - 7 = 0 \\ 3x - 2y - 2z - 15 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-8;3;18)$ относительно плоскости $-2x + y + 7z = 10$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-7}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 4y - z + 9 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0;2)$, $B(-4;24)$ и $C(-8;6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; 2; 3)$, $\boldsymbol{b}(3; -2; -3)$, $\boldsymbol{c}(-2; -1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5; -3; -5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1; -1; 2)$, $\boldsymbol{b}(3; 4; -5)$, $\boldsymbol{c}(-3; 8; -6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 4; 1)$, $B(10; 6; 5)$, $C(11; 9; 6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Лежат ли точки $A(8; 1; 3)$, $B(7; 1; 5)$, $C(9; 3; 0)$, $D(12; 2; -5)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(0; 0; 7)$, $B(-1; -1; 5)$, $D(3; 2; 10)$, $E(5; 3; 12)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : -x + y + z = -9$ и $\beta : y + 8z - 15 = 0$.

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 2; 4)$, $B(0; 4; 5)$, $C(5; -1; 3)$, и найти расстояние от точки $S(4; 4; 8)$ до этой плоскости.

11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(7; -10; -8)$ параллельно плоскости $2x + 5y - z - 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 0; 0)$, $B(1; -5; 2)$, $C(6; 3; -1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + y - z - 6 = 0 \\ 5x + 2y - 10 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-9; -10; -5)$ на плоскость $-3x - 6y + 2z = -21$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : 5x + y - 2z + 11 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -5)$, $B(19; -12)$ и $C(8; 1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BC в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-4;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;5;-5)$, $\boldsymbol{c}(1;-3;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;-7;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-6;3)$, $\boldsymbol{b}(-7;-15;6)$, $\boldsymbol{c}(2;5;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;6;0)$, $B(9;5;0)$, $C(11;-2;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Лежат ли точки $A(8;2;8)$, $B(9;1;14)$, $C(10;1;13)$, $D(7;4;5)$ в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-9;5;9)$, $B(-5;8;2)$, $D(-8;6;7)$, $E(-4;6;7)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha : y + z - 11 = 0$ и $\beta : -8x - y - 4z = -3$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;5;2)$, $B(0;3;2)$, $C(-4;2;3)$, $S(0;-7;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10;5;8)$ перпендикулярно плоскостям $-x + y + 2z = 6$ и $-2x + y + 3z + 3 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;0;4)$, $B(14;1;-2)$, $C(13;1;-1)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y + 4z - 3 = 0 \\ -x - 3y + 3z - 25 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(25;-18;-16)$ на плоскость $5x - 5y - 6z + 33 = 0$.

15. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x + y + 3z + 1 = 0$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3;-3)$, $B(-10;-4)$ и $C(-11;5)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа ИБМ4-14Б.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро BB_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-3;1)$, $\boldsymbol{b}(-4;5;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;-3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;7;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 7\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(4;9;16)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;6)$, $\boldsymbol{c}(-2;-3;-7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;1;2)$, $B(14;3;3)$, $C(-3;0;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a}(2;-3;7)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;-3)$, $\boldsymbol{c}(8;4;7)$?

8. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-2;1;-2)$, $B(-1;0;0)$, $D(1;3;-3)$, $E(-3;5;-9)$.

9. Найти косинус острого угла между плоскостями $\alpha: y - z + 4 = 0$ и $\beta: 4x + 3y - 7z = -8$.

10. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6;-3;6)$, $B(7;-2;7)$, $C(4;-4;7)$, $S(0;3;3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

11. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;-6;7)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y - 3z - 6 = 0$ и $3x + y - z + 6 = 0$.

12. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;9;9)$, $B(6;15;14)$, $C(4;4;5)$.

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 5y - z + 19 = 0 \\ x - 4y \qquad + 21 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти проекцию точки $M(-17;22;0)$ на плоскость $-6x + 8y + z = -25$.

15. Найти угол между прямой $l: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi: -x + y - 5z = -13$.

16. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(3;-5)$, $B(14;-7)$ и $C(1;-1)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC;
(б) найти длину медианы BD;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F, симметричной точке B относительно прямой AC.